

---

## AUSILIARI DI TINTURA

---

### INDICE

- 1 - Premessa
- 2 - Colorimetria
  - 2.1 - Introduzione: il colore
  - 2.2 - La luce
  - 2.3 - Emissione e riflessione
- 3 - Principi di colorimetria tristimolo
  - 3.1 - Introduzione
  - 3.2 - Sorgenti luminose e loro influenza
    - 3.2.1 - Influenza dell'illuminante sul colore di un oggetto.
    - 3.2.2 - Il corpo nero
    - 3.2.3 - Sorgenti planckiane e non planckiane - temperatura di colore
    - 3.2.4 - Illuminanti C.I.E.
      - 3.2.4.1 - Illuminante A
      - 3.2.4.2 - Illuminante B
      - 3.2.4.3 - Illuminante C
      - 3.2.4.4 - Illuminante D6500
      - 3.2.4.5 - Illuminante E (equal energy)
      - 3.2.4.6 - Sorgenti C.I.E e radiazione solare
  - 3.3 - L'occhio umano
    - 3.3.1 - Costituzione dell'occhio
    - 3.3.2 - I bastoncelli
    - 3.3.3 - I coni
    - 3.3.4 - Sensibilità spettrale di coni e bastoncelli
    - 3.3.5 - Effetto Purkinje
    - 3.3.6 - Anomalie della visione
    - 3.3.7 - La memoria di colore
- 4 - Sistemi di classificazione del colore
  - 4.1 - Specificazione del colore mediante tipi colorati
  - 4.2 - Specificazione del colore mediante numeri.
    - 4.2.1 - Sistema CIE
    - 4.2.2 - Colorimetro sperimentale
      - 4.2.2.1 - Osservatore normale
      - 4.2.2.2 - Esperienze di Wright e Guild
  - 4.3 - Rappresentazione dei colori
    - 4.3.1 - 1^ Legge di Grassman
    - 4.3.2 - 2^ Legge di Grassman - principio della additività
    - 4.3.3 - 3^ Legge di Grassman - principio della molteplicità

*L'indice creato dal prof. Berto si ferma qui. Per gli argomenti successivi, non presenti nell'indice, riportiamo un semplice elenco:*

- Triangolo dei colori
- Rappresentazione di colori spettrali
- Altre rappresentazioni del triangolo R.G.B.
- Rappresentazione XYZ
- Valori tristimolo di una superficie colorata
- Coordinate di cromaticità
- Rappresentazione dello spettro locus
- Diagramma di aromaticità – Lunghezza D'onda Dominante e purezza di eccitazione
- Lunghezza d'onda dominante
- Purezza di eccitazione
- Colori metameri
- Esempi di definizione del colore in termini tristimolo
- Definizione mediante X, Y, Z
- Definizione mediante x, y, Y

## 1 - Premessa

Nella vita di tutti i giorni siamo circondati da un numero infinito di colori.

Noi tutti consideriamo i colori come fatto acquisito, ma il loro ruolo nella vita spazia dall'influenza sul gusto dei cibi ed altri prodotti fino allo stato di salute di una pianta.

Da questo si può dedurre che il colore è una questione di percezione o di interpretazione soggettiva. Per esprimere lo stesso colore, diverse persone fanno riferimento a diverse cose e descrivono lo stesso identico colore con diverse parole. E' a causa di tale varietà di espressioni che il comunicare un particolare colore risulta difficoltoso e vago.

Le parole che esprimono i colori sono sempre cambiate nel tempo. Se consideriamo ad es. il rosso, abbiamo sentito parlare di 'vermiglio', 'scarlatto', 'cinabro' ecc. Questi termini sono definiti 'nomi di colori comuni, tuttavia l'interpretazione di persone diverse sarà diversa.

Il risultato è che dalla semplice descrizione verbale difficilmente un'altra persona sarà in grado di riprodurre esattamente quel colore.

Questo sta ad indicare che l'espressione verbale è semplicemente troppo complicata e difficile. La difficoltà della descrizione del colore diventa enormemente grande quando questa viene calata in un sistema produttivo atto alla riproduzione dei colori o alla produzione di oggetti colorati.

Infatti chiunque si interessi dei problemi del colore, sia esso colorista tintore o stampatore o fabbricante di coloranti e di vernici o tecnico di illuminazione è a conoscenza dell'ancora notevole empirismo esistente nel momento di affrontare la messa a punto di un colore.

Se poi si considera la specializzazione del chimico tintore conciaro basterà ricordare che è necessario un lungo e faticoso tirocinio di campionatore prima di acquisire la sufficiente esperienza per affrontare la formulazione di ricette tintoriali.

Peraltro nei processi di tintura, raramente la prima formulazione sarà soddisfacente e ce ne vorranno ancora due o tre prima di raggiungere la tolleranza.

Questo vale sia nei processi di tintura in bottale sia nei processi di pigmentazione in rifinitura.

Nel linguaggio corrente il termine colore presenta diversi significati. Serve a definire il fenomeno ottico, ma non la sostanza che impartisce il colore, per la quale esiste il termine colorante.

Come si produce allora una sensazione colorata?

Si devono considerare due fattori:

- come causa : un raggio di luce incide nell'apparato della vista dell'uomo (eccitazione),
- come effetto del raggio: una sensazione nel sistema nervoso.

La teoria del colore e la colorimetria devono quindi considerare due domini differenti:

- da una parte la fisica della luce
- dall'altra la fisiologia e la psicologia della sensazione colorata.

Così risulta impossibile dare delle indicazioni colorimetriche complete su valori ottenuti esclusivamente con metodi di misura fisici.

Per colorimetria pertanto si intende l'insieme delle operazioni attraverso le quali si può misurare il colore in maniera univoca.

Per valutare o definire il colore di un oggetto sono indispensabili : l'oggetto colorato, una sorgente di luce visibile che lo illumini ed infine un osservatore (uomo o strumento) che esamini l'oggetto colorato.

Per quanto riguarda l'oggetto è sufficiente precisare che esso può essere di forma e dimensioni qualsiasi e che l'ambiente in cui si trova, la forma e la struttura della sua superficie influenzano la valutazione del colore.

## 2 - Colorimetria

### 2.1 - Introduzione

La percezione del colore è un fenomeno alquanto complesso, che coinvolge la fisica, la fisiologia e la psicologia.

La fisica studia il fenomeno colore come interazione tra la radiazione che penetra nell'occhio e gli elementi fotosensibili colpiti, interazione che provoca uno stimolo; la fisiologia studia il meccanismo di trasmissione dello stimolo ad un particolare centro nervoso, mentre la psicologia si occupa della necessaria elaborazione di questo stimolo per la formulazione di un giudizio, che esprima mediante parole, la sensazione provata.

La valutazione del colore ormai investe molte attività industriali, dal campo tessile, a quello delle vernici, dei materiali plastici, dell'arredamento, dei cosmetici, delle arti grafiche e della carta, sia essa colorata che bianca.

L'analisi del colore di un oggetto, ha lo scopo di esprimere in termini quantitativi i parametri che ne definiscono il colore.

Conviene subito dire che il colore è una proprietà generale di tutti gli oggetti e non soltanto di quelli colorati in senso proprio.

Dal punto di vista fisico, anche il bianco è un colore, tanto più che gli oggetti bianchi non hanno quasi mai una tinta neutra, ma possiedono una sfumatura (o fiamma) chiaramente riconoscibile.

### 2.2 - La luce

Per iniziare in modo adeguato questa prima parte della relazione, dove tratteremo la colorimetria, è necessario parlare della luce, perché in assenza di luce non è possibile la visione e quindi non esiste nessuna percezione di colore.

La natura della luce è tale per cui non è facile farsene un'idea precisa; in alcuni esperimenti essa si comporta come un flusso di particelle che si muovono alla velocità di 300.000 km/s (teoria corpuscolare); in altri si comporta come un sistema ondulatorio, costituito da onde elettromagnetiche che partono da una sorgente e viaggiano alla stessa velocità sopracitata (teoria ondulatoria).

Per ciò che riguarda la misura del colore si trascura l'aspetto corpuscolare, è infatti sufficiente considerare la luce come un fenomeno ondulatorio.

Ogni fenomeno ondulatorio è caratterizzato dalle seguenti grandezze: la frequenza, il periodo, la lunghezza d'onda.

La **frequenza**: generalmente indicata con  $\nu$  rappresenta il numero di vibrazioni o di cicli compiuti in un secondo.

Il **periodo**: si indica con  $T$ , rappresenta il tempo impiegato per compiere una vibrazione completa.

La **lunghezza d'onda**: si indica con  $\lambda$  (lambda) rappresenta la distanza tra due situazioni identiche successive.

Tali grandezze sono legate tra loro dalla relazione seguente:

$$c = \lambda \cdot \nu$$

dove :  $c$  è la velocità della luce espressa in m/s

$\lambda$  è la lunghezza d'onda della radiazione espressa in manometri (1nm=10<sup>-9</sup> m)

$\nu$  è la frequenza della radiazione espressa in s<sup>-1</sup>.

Una rappresentazione grafica dell'onda elettromagnetica può essere la seguente :

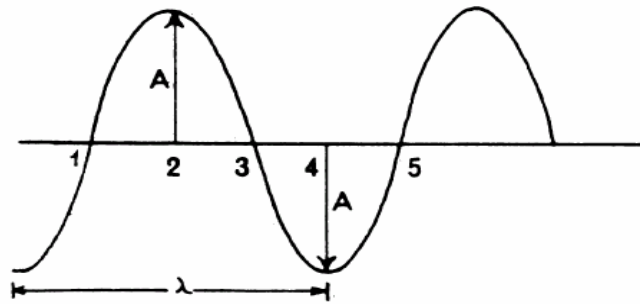


fig.2.1

In fig. 2.2 è rappresentato lo spettro generale delle radiazioni elettromagnetiche.

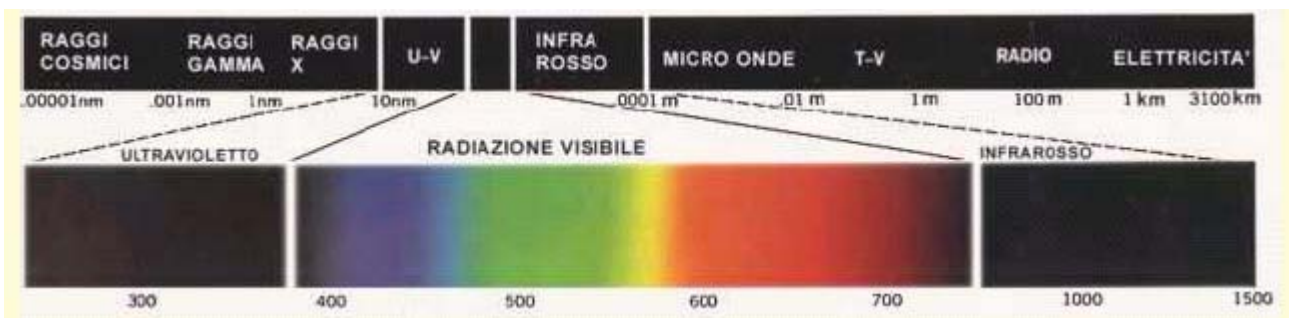


fig.2.2

Si definisce luce una radiazione elettromagnetica la cui lunghezza d'onda varia tra 380nm e 770nm, che ha la capacità di suscitare al nostro occhio l'effetto di brillantezza.

Da questa prima definizione, si intuisce quindi che la grandezza fondamentale dell'onda elettromagnetica è la lunghezza d'onda  $\lambda$ .

Diverse  $\lambda$  generano infatti diversi stimoli colorati. Si parla di stimoli, poiché come vedremo più avanti la sensazione luminosa avviene soltanto a livello cerebrale.

Presentiamo qui a seguire l'insieme delle lunghezze d'onda nel campo del visibile:



fig.2.3

Come si nota dalla figura 2.3 lo spettro visibile si considera esteso da 380 a 770nm, ma in realtà la sensibilità media dell'occhio è molto limitata (praticamente nulla) da 380 a 400nm e da 700 a 770nm, per cui in pratica quando si parla di spettro visibile si intende la zona limitata tra 400 e 700nm.

Nel terminare questo primo paragrafo relativo alla luce, è importante dare ancora alcune definizioni. Si definisce luce monocromatica quella costituita da radiazioni aventi tutte la stessa lunghezza d'onda  $\lambda$ , quindi la stessa frequenza  $\nu$  (fig.2.4).

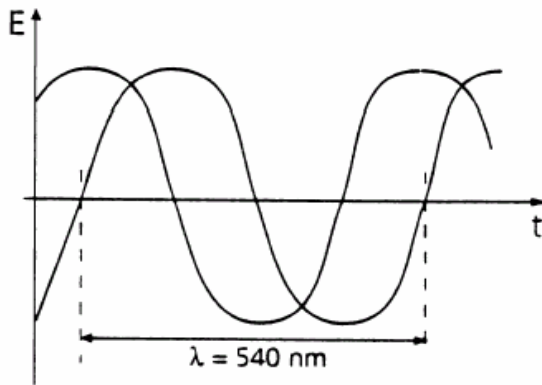


fig.2.4

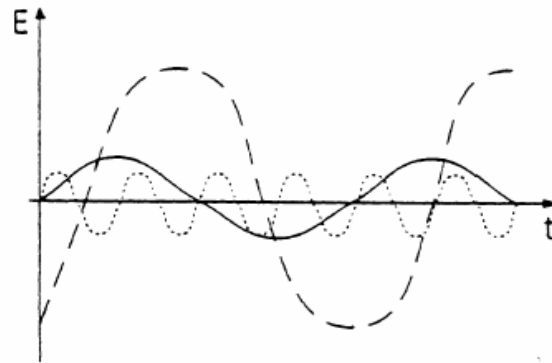


fig.2.5

Nella seconda immagine (fig.2.5) troviamo la luce policromatica quella costituita da radiazioni aventi lunghezze d'onda  $\lambda$  diverse e quindi frequenze  $\nu$  diverse.

La luce bianca è la luce policromatica per eccellenza, essendo composta da tutte le  $\lambda$  dello spettro. Con il prisma ottico, infatti, una luce bianca può essere scomposta nelle sue componenti primarie; per esempio la luce bianca del sole può essere dispersa in uno spettro costituito dai colori dell'iride. Infatti il prisma separa l'una dall'altra le radiazioni elettromagnetiche che compongono la frazione visibile dell'irradiazione solare. (Come detto in precedenza quelle aventi lunghezza d'onda compreso tra 380 e 770 nanometri), mentre le radiazioni monocromatiche aventi lunghezza d'onda minore di 380nm (raggi ultravioletti) e maggiore di 770nm (raggi infrarossi) non sono percepite dall'occhio.

Detto questo, è importante ribadire che il colore non è insito nelle radiazioni visibili, che dal punto di vista fisico sono energia elettromagnetica; esso è una sensazione che prova il nostro cervello e che è causata da uno stimolo proveniente dall'occhio, quando questo percepisce la luce.

Tuttavia, per semplicità, si parlerà spesso di luci colorate o di superfici colorate, pur sapendo che le espressioni usate sono imprecise.

### 2.3 - Riflessione ed emissione

Gli oggetti si rendono visibili attraverso l'energia luminosa che irradiano (se sono sorgenti), che riflettono (se sono opachi), o che trasmettono (se sono trasparenti) verso i nostri occhi.

La maggior parte dei corpi, quando è illuminata dalla luce assorbe selettivamente una parte delle radiazioni che riceve e riflette (o trasmette) le altre; la miscela delle radiazioni riflesse (o trasmesse) produce nell'occhio una sensazione colorata unica, che dipende dalla composizione di tale luce. Pertanto un colore può essere descritto da una curva che prende il nome di curva spettrofotometrica, il grafico che ne deriva (spettro di emissione o riflessione), indica quali lunghezze d'onda vengono emesse da una sorgente o riflesse (o trasmesse) da un corpo e con quale intensità (o percentuale) avviene il fenomeno.

Detto ciò, si può intuire che la sensazione di colore è la risultante di due interazioni: la prima delle quali si manifesta tra le radiazioni visibili che illuminano l'oggetto e la superficie dell'oggetto stesso; mentre la seconda si manifesta tra le radiazioni riflesse dall'oggetto colorato e l'osservatore che percepisce la sensazione, la elabora a livello cerebrale e la esprime mediante un giudizio (processo psicofisico).

### 3 - Principi di colorimetria tristimolo

#### 3.1 - Introduzione

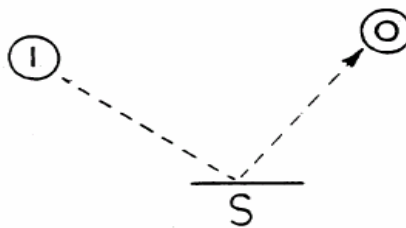
Per valutare o definire il colore di un oggetto sono indispensabili : l'oggetto colorato, una sorgente di luce visibile che lo illumini ed infine un osservatore (uomo o strumento) che esamini l'oggetto colorato.

Per quanto riguarda l'oggetto è sufficiente precisare che esso può essere di forma e dimensioni qualsiasi e che l'ambiente in cui si trova, la forma e la struttura della sua superficie influenzano la valutazione del colore.

#### 3.2 - Sorgente luminosa

##### 3.2.1 - Influenza dell'illuminante sul colore di un oggetto

Per dimostrare l'influenza dell'illuminante sul colore di un oggetto, si effettui la seguente esperienza. Sia I l'illuminante, S la superficie colorata ed O l'osservatore (normale).



Se la superficie è bianca ed è illuminata con luce bianca, all'osservatore apparirà bianca, se è illuminata con luce rossa apparirà rossa, se è illuminata con luce verde apparirà verde e così via.

L'esperienza dimostra che la superficie pur rimanendo sempre la stessa, assume colori diversi a seconda dell'illuminante.

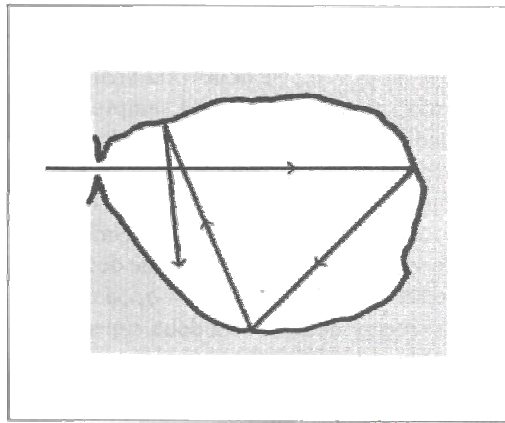
Si ripeta l'esperienza con una superficie non più bianca, ma di un colore qualsiasi ad esempio verde. S e la superficie è verde ed è illuminata con luce bianca, all'osservatore apparirà verde, se è illuminata con luce verde apparirà verde, se illuminata con luce rossa apparirà quasi nera, e così via. Queste esperienze dimostrano che il colore di una superficie dipende anche dalla composizione spettrale della luce che la illumina, per cui ogni qualvolta si desidera definire o misurare un colore è indispensabile precisare il tipo di illuminante.

Prima di illustrare le caratteristiche dei vari illuminanti è opportuno ricordare alcune nozioni relative al corpo nero e definire la temperatura di colore.

##### 3.2.2 - Corpo nero

Si definisce corpo nero (secondo Kirchhoff) un corpo capace di assorbire completamente tutte le radiazioni che riceve.

In realtà un corpo che abbia tale proprietà non esiste; si può realizzare una buona approssimazione del corpo nero considerando una cavità le cui pareti siano mantenute a temperatura uniforme e quella interna sia rivestita di nerofumo, nella quale sia praticato un foro.



Se si riscalda uniformemente la cavità a temperatura crescente da 20°C a 5000°C ed oltre si osserva che a partire da una certa temperatura dal foro F comincia a fuoriuscire una luce di colore rosso che diventa sempre più bianca e più intensa man mano che la temperatura aumenta. Planck ha studiato l'emissione del corpo nero ed ha constatato che essa varia in funzione della temperatura secondo la seguente legge :

$$E = \frac{C_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1}$$

dove  $C_1 = 3,702 \cdot 10^{23}$

$C_2 = 1,433 \cdot 10^7$

$\lambda$  è la lunghezza d'onda misurata in millimicron

T è la temperatura assoluta in gradi Kelvin ( $T = t + 273,14$ )

t è la temperatura in gradi centigradi

e è la base dei logaritmi neperiani

La legge di Planck afferma che la composizione spettrale della radiazione emessa dal corpo nero in funzione della temperatura varia nel modo illustrato in fig.3, dove in ordinata sono riportate le energie e in ascissa le lunghezze d'onda.

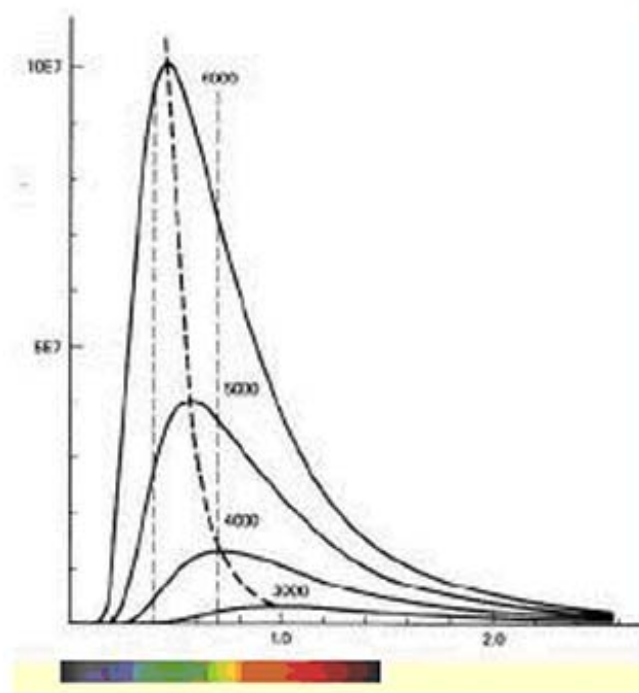


fig. 3

Si consideri l'andamento delle curve nella zona visibile dello spettro, quella cioè tra 400 e 700 nm. Alla temperatura  $T_1$  l'energia nel viola blu (400-480nm) è sensibilmente inferiore a quella del rosso (630-700 nm): un osservatore normale giudica sensibilmente rossa la radiazione emessa a questa temperatura.

Alla temperatura  $T_2$  l'energia nel blu è di poco inferiore a quella del rosso: un osservatore normale giudica questa luce di colore bianco leggermente giallo e più intensa della precedente.

Alla temperatura  $T_3$  l'energia nel blu è nettamente superiore a quella del rosso: l'osservatore normale giudica questa luce di colore bianco-azzurro e più intensa della precedente.

Si nota cioè una certa relazione tra temperatura del corpo nero e colore della radiazione emessa a quella temperatura.

### 3.2.3 - Sorgenti Planckiane e non Planckiane. Temperatura di colore

Le sorgenti, o illuminanti, che emettono secondo la legge di Planck, cioè aventi una composizione spettrale del tipo illustrato nella figura precedente, sono dette di tipo planckiano.

Si definisce '**temperatura di colore**' di questi illuminanti la temperatura a cui si deve riscaldare il corpo nero per ottenere un'emissione avente lo stesso colore.

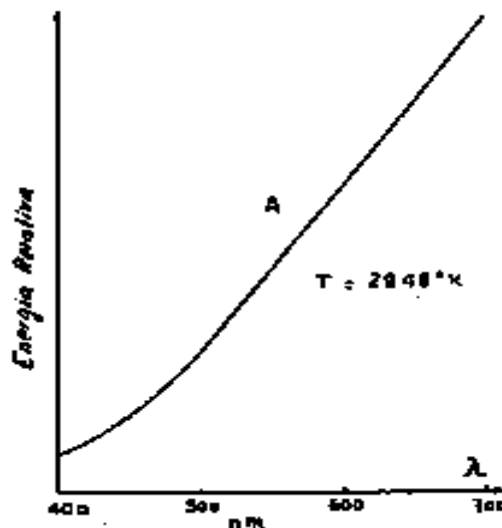
Esistono anche illuminanti che emettono in maniera diversa dal corpo nero e sono detti illuminanti non planckiani.

### 3.2.4 - Illuminanti C.I.E

La CIE (commissione Internazionale de l'eclairage) ha definito una serie di illuminanti standard:

#### 3.2.4.1 - Illuminante A

è rappresentato da una lampada a filamento di tungsteno, riempita di gas, che funziona alla temperatura di colore di 2848°K circa e che nel visibile ha la composizione spettrale indicata nella figura



L'illuminante A è di tipo planckiano e la luce è di colore bianco-rosso.

L'illuminante A è fisicamente realizzabile, quindi è una sorgente vera e propria.

### 3.2.4.2 - Illuminante B

è rappresentato da una sorgente luminosa ottenuta filtrando opportunamente la radiazione di un illuminante A.

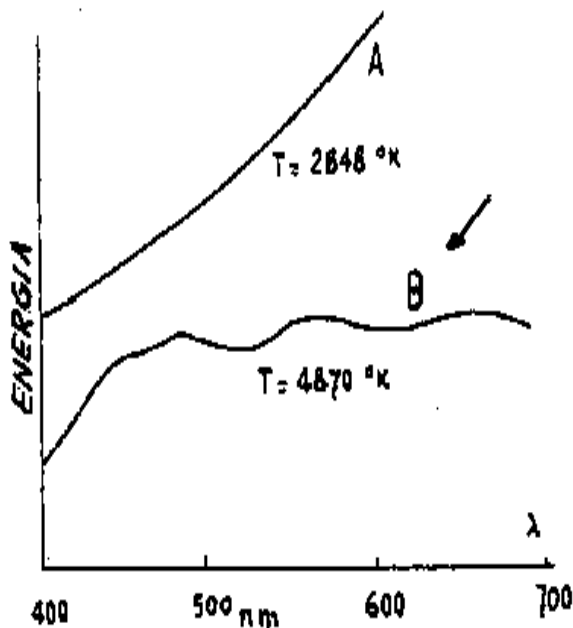
Il filtro è costituito da 1 cm di soluzione di:

- solfato di rame ( $\text{CuSO}_4 \times 5\text{H}_2\text{O}$ ) 2,452g
- mannite ( $\text{C}_6\text{H}_8 \times (\text{OH})$ ) 2,452g
- piridina ( $\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$ ) 30,0ml
- $\text{H}_2\text{O}$  distillata per portare al volume di 1000ml

e da 1cm della soluzione di:

- $\text{CoSO}_4 \times (\text{NH}_4) \text{SO}_4 \times 6\text{H}_2\text{O}$  21,71g
- $\text{CuSO}_4 \times 5\text{H}_2\text{O}$  16,11g
- $\text{H}_2\text{SO}_4$  (densità = 1,835) 10,0ml
- $\text{H}_2\text{O}$  distillata per portare al volume di 1000ml

La composizione spettrale dell'illuminante B è indicata nella figura seguente.



L'illuminante B è di tipo non-planckiano e la sua luce è di colore bianco, leggermente giallo. Anche l'illuminante B è fisicamente realizzabile e pertanto è una sorgente vera e propria. La temperatura di colore dell'illuminante B è di 4870°K circa, tale illuminante è rappresentato dalla luce di mezzogiorno.

### 3.2.4.3 - Illuminante C:

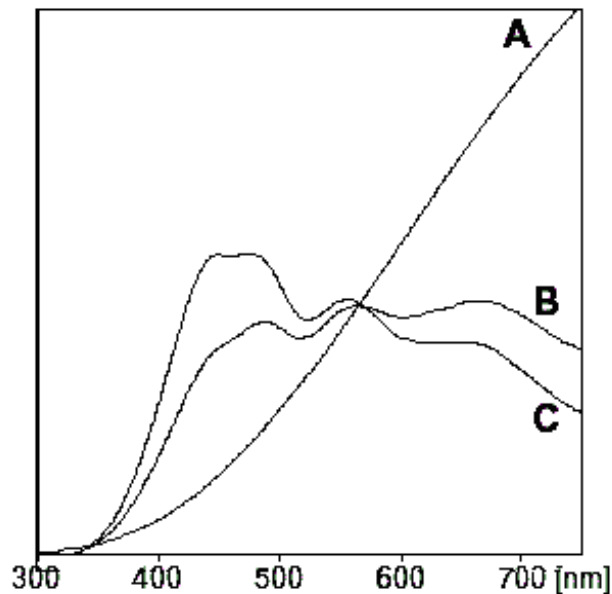
è rappresentato da una sorgente luminosa, ottenuta filtrando la radiazione A con un doppio filtro da: 1cm di soluzione di:

- $\text{CuSO}_4 \times 5\text{H}_2\text{O}$  3,412g
- mannite ( $\text{C}_6\text{H}_8 (\text{OH})_6$ ) 3,412g
- piridina ( $\text{C}_5\text{H}_5\text{N}$ ) 30ml
- $\text{H}_2\text{O}$  distillata per portare al volume di 1000ml

e da 1cm di soluzione di:

- $\text{CoSO}_4 (\text{NH}_4)_2 \text{SO}_4 6\text{H}_2\text{O}$  30,580g
- $\text{CuSO}_4 5\text{H}_2\text{O}$  22,520g
- $\text{H}_2\text{SO}_4$  (densità = 1,835) 10ml
- $\text{H}_2\text{O}$  distillata per portare al volume di 1000ml

L'illuminante è di tipo non-planckiano e la sua composizione spettrale è riportata nella figura che segue.



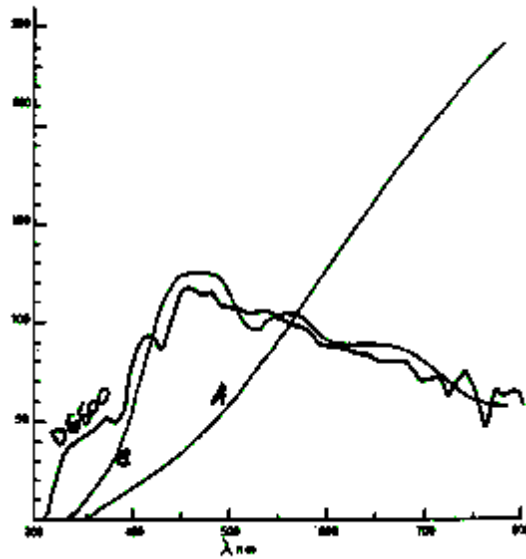
La sua temperatura di colore è di  $6770^\circ\text{K}$  circa e la luce emessa è di colore bianco-azzurro. Tale illuminante è rappresentativo di una luce media proveniente dal cielo nuvoloso del nord. Anche l'illuminante C è fisicamente realizzabile e pertanto è una sorgente vera e propria.

#### 3.2.4.4 Illuminante D6500:

Nel 1965 determinata sperimentalmente la composizione spettrale media della luce diurna e la sua variazione durante la giornata la CIE ha ritenuto opportuno proporre una serie di illuminanti aventi temperatura di colore compresa tra  $4000$  e  $25000^\circ\text{K}$  circa. Di questi illuminanti, i tre caratterizzati dalla temperatura di colore di  $5500$ ,  $6500$ ,  $7500^\circ\text{K}$ , dovrebbero essere idonei anche per l'esame di superfici colorate fluorescenti, perché specialmente nell'ultravioletto da  $300$  a  $400\text{nm}$ , hanno una composizione spettrale simile a quella della luce diurna naturale.

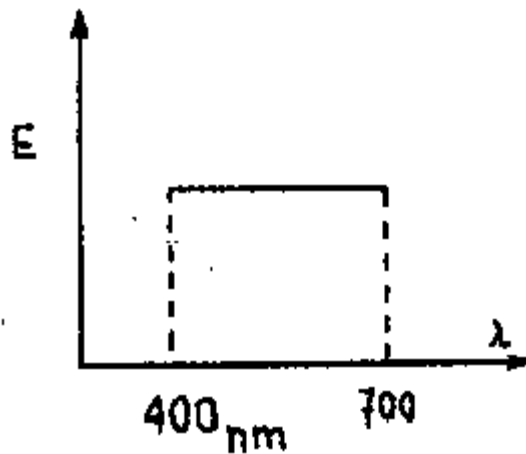
Il più importante dei nuovi illuminanti, migliore anche dell'illuminante C fino ad ora ritenuto rappresentativo della luce diurna, sembra quello caratterizzato dalla temperatura di colore di  $6500^\circ\text{K}$ , normalmente indicato come illuminante D6500.

Nella figura sono riportate le composizioni spettrali degli illuminanti D6500,C,A: la differenza principale tra l'illuminante D6500 e l'illuminante C, si nota nella zona ultravioletto da  $200$  a  $400\text{nm}$ .



### 3.2.4.5 - Illuminante E (Equal Energy, cioè ad energia costante)

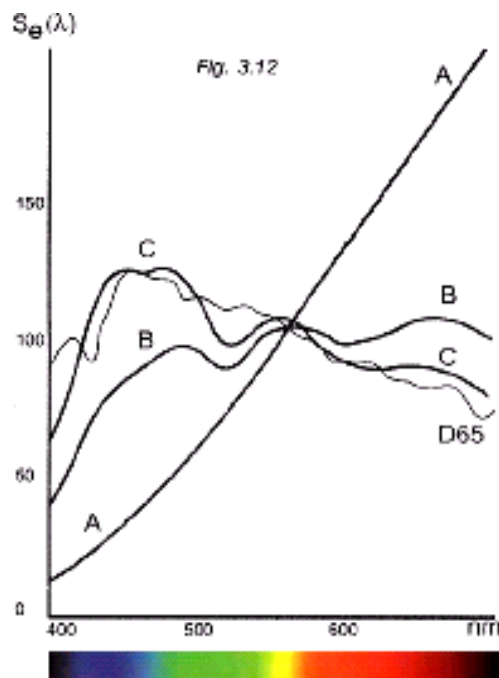
La composizione spettrale di questo illuminante è caratterizzata da quantità uguali di energia per ogni lunghezza d'onda del visibile ed è illustrata nella figura che segue



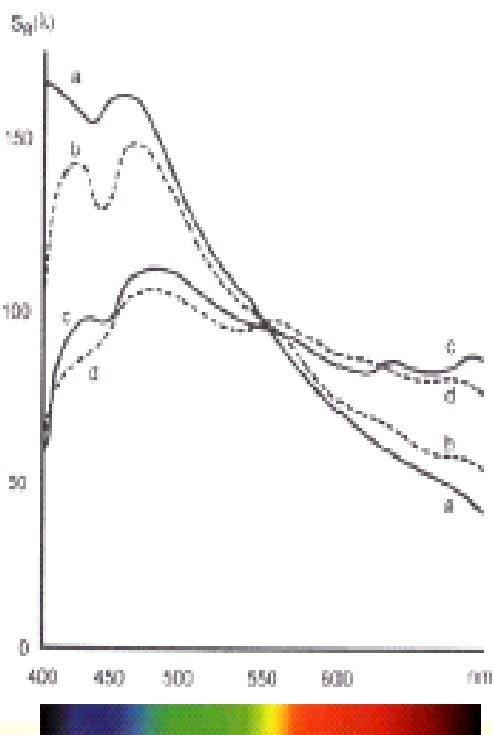
### 3.2.4.6 - Sorgenti C.I.E. e radiazione solare.

E' possibile effettuare un confronto tra la potenza della radiazione emessa dalle lampade standard adottate dalla C.I.E. e la potenza della radiazione solare nelle diverse condizioni.

La figura seguente rappresenta la distribuzione di potenza relativa delle sorgenti artificiali precedentemente descritte.



La figura seguente rappresenta la distribuzione di potenza relativa alla luce naturale in diverse condizioni.



a-cielo sereno allo zenit e molto azzurro  
 b-cielo sereno al nord e meno azzurro  
 c-cielo completamente coperto con forte  
 diffusione per la presenza di nuvole  
 d-luce diretta del sole sommata alla luce diffusa  
 dal cielo sereno.

### 3.3 - L'occhio umano

Fino ad ora abbiamo parlato della luce che illumina l'oggetto, ma ora, come già accennato in precedenza, serve affrontare il discorso che riguarda l'osservatore (uomo o strumento) che esamina l'oggetto illuminato.

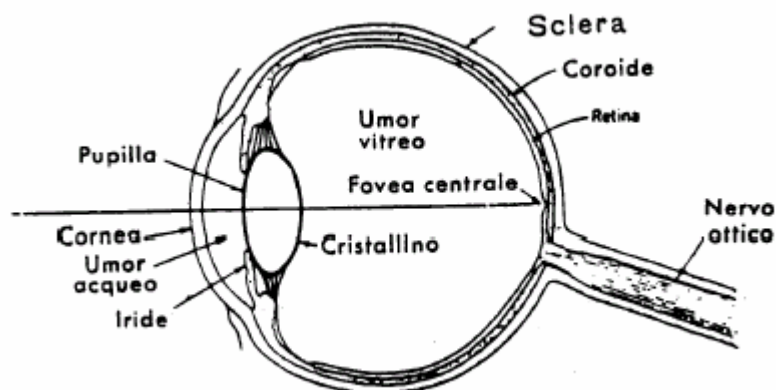
La visione del colore è un processo estremamente complesso, che avviene in parte nell'occhio e in parte nel cervello. Per capire quindi le teorie della visione del colore, è necessario studiare la struttura del nostro organo sensore.

L'occhio è l'organo mediante il quale si percepisce il colore

### 3.3.1 – Costituzione

Dal punto di vista ottico, l'occhio si può considerare una camera oscura di forma sferoidale, munita anteriormente di un diaframma, chiamato pupilla, attraverso il quale entra la luce.

La parete del bulbo oculare è costituita da tre strati distinti, che sono: dall'esterno all'interno la sclera (o sclerotica), la coroide e la retina.



- La SCLERA: è la più robusta delle tre membrane, dà all'occhio la sua forma sferoidale. È una membrana elastica ricca di fibre connettivali, di colore bianco opaco, che serve di involucro esterno al globo oculare.

La sclera ha anteriormente una zona perfettamente trasparente con curvatura molto accentuata (raggio di circa 8mm), chiamata cornea e posteriormente un foro attraverso il quale passano le fibre del nervo ottico.

- La COROIDE: membrana intermedia che aderisce perfettamente alla sclera, è ricca di vasi sanguigni e di un pigmento nero-bruno.

La funzione della coroide è quella di assorbire la luce che vi giunge attraverso la retina, impedendo ogni riflessione o diffusione, che nuocerebbero alla chiarezza delle immagini.

In corrispondenza della cornea, la coroide s'inфлекe all'interno e forma una specie di diaframma, detto iride, con un foro centrale circolare, detto pupilla.

- La RETINA: è una membrana sottilissima, ricca di terminazioni nervose, ultime diramazioni del nervo ottico. Alla retina è dovuta la funzione visiva, della quale si parlerà dettagliatamente tra poco.

Nel punto centrale del fondo dell'occhio, posto sull'asse ottico, esiste una regione di 2-3mm quadrati, di colore giallo, detta macula lutea o macchia gialla. Nel centro di questa si trova una fossetta di piccole dimensioni, chiamata fovea centrale ed è in questa piccola zona, di circa 0,3mm di diametro, che si centra e si mette a fuoco l'immagine quando si osserva un oggetto.

La cavità interna dell'occhio è divisa in due parti nettamente separate tra loro dal cristallino, il quale ha la forma di una lente biconvessa. Il cristallino, deformandosi opportunamente in seguito a stimoli inviati dal cervello ai muscoli connessi, focalizza l'immagine di un oggetto nella fovea centrale.

L'iride, dilatandosi o restringendosi, regola la quantità di luce che entra nell'occhio: se l'ambiente è troppo luminoso, gli stimoli conseguenti, provocheranno la contrazione della pupilla, se, viceversa, l'ambiente è poco luminoso, gli stimoli provocheranno la dilatazione della pupilla.

Delle due parti in cui il cristallino divide la cavità dell'occhio, la parte anteriore contiene l'umor acqueo, la cui funzione è anche quella di mantenere costante la curvatura della cornea, mentre la parte posteriore, contiene una sostanza gelatinosa trasparente, l'umor vitreo, la cui funzione è anche quella di mantenere costante la distanza tra cristallino e retina.

Si esamini ora, in dettaglio la retina che è la parte fotosensibile dell'occhio: essa riveste circa due terzi della superficie interna dell'occhio e il suo spessore medio è di circa 300 micron.

Al microscopio, risulta costituito da 10 strati dei quali quello che ci interessa maggiormente è quello che contiene le terminazioni del nervo ottico, sensibili alle radiazioni luminose: i bastoncelli e i coni che hanno il compito di assicurare l'adattamento alle forti differenze d'intensità luminosa dell'ambiente.

Sono state formulate numerose teorie sul funzionamento dell'occhio nella valutazione del colore, ma fino ad oggi, nessuna è completamente soddisfacente.

Lo studio di come si vede e si valuta il colore, è oggetto di ricerche continue da parte di fisici, fisiologi e psicologi.

### 3.3.2 - Bastoncelli

I bastoncelli così chiamati per la loro forma, sono collegati a gruppi, ad una particolare struttura nervosa, che trasmette la somma degli stimoli alla corteccia cerebrale.

A loro spetta la funzione di discriminare le variazioni d'intensità e di adattarsi alla luce crepuscolare e a quella notturna. Si ritiene che il meccanismo di funzionamento sia il seguente: i bastoncelli contengono un pigmento fotosensibile chiamato rodopsina e quando il fotone luminoso colpisce il bastoncello interagendo con la rodopsina, questa si decompone (si decolora), provocando uno stimolo nervoso.

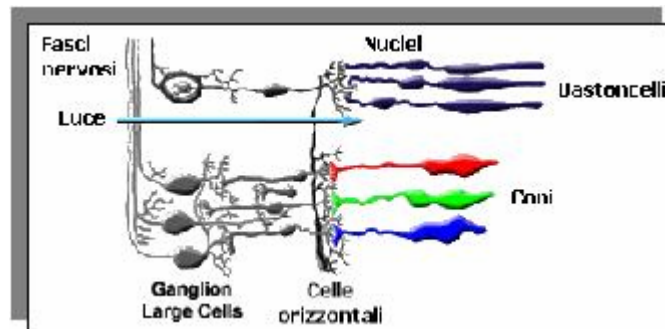
Quando la quantità di luce è eccessiva, molta rodopsina si decompone e conseguentemente si manifesta un fenomeno di cecità, che dura fino a quando la circolazione sanguigna non ha eliminato i prodotti di decomposizione e ripristinato la concentrazione ottimale di rodopsina.

La funzione della pupilla è quella di regolare la quantità di luce, in maniera tale da evitare stimolazioni eccessive.

E' interessante notare che il collegamento a gruppi dei bastoncelli permette all'occhio di vedere anche quando la luminosità è limitata: di notte o quando la luce è molto debole.

I bastoncelli danno una percezione in termini di bianco e nero, una percezione neutra, o come si definisce in linguaggio colorimetrico, "una percezione acromatica".

Il processo di interazione descritto prima, varia con la lunghezza d'onda nel modo che sarà illustrato in seguito.



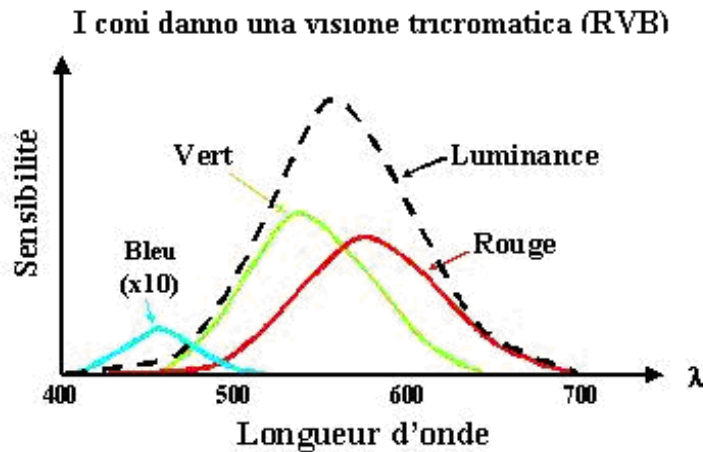
### 3.3.3 - Coni

Alla visione dei dettagli e del colore, provvedono i coni, i quali danno una risposta in funzione di differenze di blu o di giallo e di verde o di rosso e della luminosità.

Il comportamento dei coni, non è ancora noto in tutti i particolari; attualmente, si ritiene probabile che nei coni esistano almeno tre pigmenti e si presume che alcuni coni contengano un pigmento sensibile alle  $\lambda$  corte (435nm: blu) altri contengano, in prevalenza, un pigmento sensibile alle  $\lambda$  lunghe (671nm: rosso) e altre ancora contengono in prevalenza un pigmento sensibile alle  $\lambda$  medie (546nm: verde); (la teoria Tristimolo si basa appunto sulla presenza di questi tre tipi di coni).

Le diverse lunghezze d'onda, interagendo con queste sostanze, provocano delle trasformazioni, le quali determinano il meccanismo della visione che inizia dalla formazione degli stimoli, si concretizza nella sensazione di colore e si manifesta mediante l'espressione di un giudizio.

Su questo argomento i problemi da risolvere sono ancora numerosi: è certo soltanto che ogni cono ha un suo circuito di trasmissione e che l'addensamento dei coni nella fovea, permette la visione nitida dei dettagli.



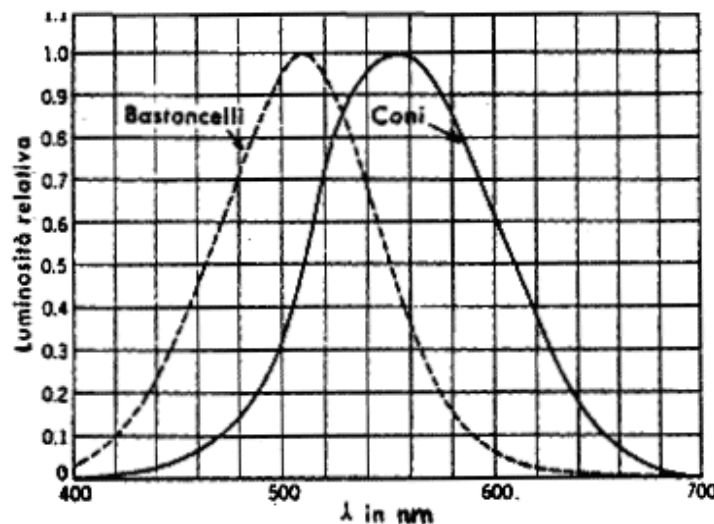
La curva tratteggiata indica la sensibilità dei coni alla luminosità.

### 3.3.4 - Sensibilità spettrale dei coni e dei bastoncelli

Le curve della figura illustrano le sensibilità spettrali relative dei bastoncelli e dei coni. La curva dei coni è chiamata curva di luminosità relativa.

I bastoncelli sono più sensibili dei coni alle  $\lambda$  piccole, mentre i coni sono più sensibili dei bastoncelli alle  $\lambda$  lunghe.

Il massimo di sensibilità dei bastoncelli è a 500-510nm circa, quello dei coni è a 555-556nm circa.



### 3.3.5 - Effetto Purkinje

La brillantezza provocata dallo stimolo di una energia di lunghezza d'onda elevata diminuisce più rapidamente della brillantezza provocata da uno stimolo di una energia di lunghezza d'onda corta quando la luminosità dello stimolo cromatico diminuisce.

In altre parole Purkinje afferma che un oggetto visto rosso di giorno è visto scuro (nero) di notte, mentre un oggetto visto blu di giorno è visto chiaro (grigio) di notte.

La spiegazione di questo si ricava dal grafico precedente, ricordando che la visione diurna (luminosità elevata) è dovuta ai coni, mentre la visione notturna (luminosità bassa) è dovuta ai bastoncelli.

Si supponga di considerare un oggetto di color **rosso** avente, per esempio, il colore corrispondente ad una  $\lambda = 640$  nm. Di giorno l'oggetto si vede rosso (luminosità relativa  $\sim 0,18$ ) che corrisponde alla percezione dei coni, mentre di notte si vede praticamente nero perché la luminosità relativa dei bastoncelli è praticamente nulla ( $\sim 0,01$ ).

Si supponga ora di considerare un oggetto di color **blu**, il cui colore sia equivalente a quello di una radiazione di  $\lambda = 460$  nm. Di giorno l'oggetto si vede blu (luminosità relativa  $\sim 0,07$ ) che corrisponde alla percezione dei coni, mentre di notte si vede grigio chiaro perché la luminosità relativa dei bastoncelli è molto alta ( $\sim 0,45$ ).

#### 4 - Sistemi di classificazione del colore

Per parlare di colore anche a distanza di spazio e di tempo, è fondamentale stabilire un linguaggio che abbia valore oggettivo e che definisca in maniera univoca, senza possibilità di confusione, ciò di cui si vuole parlare.

E' necessario quindi stabilire dei sistemi di classificazione oggettiva del colore.

I sistemi proposti si possono raggruppare in due categorie :

- 1- sistemi che definiscono i numeri tramite tipi colorati,
- 2- quelli che definiscono il colore mediante numeri.

##### 4.1 - Sistemi di specificazione del colore mediante tipi colorati

I numerosi sistemi realizzati si possono, a loro volta, suddividere in due gruppi: quelli ad ordinamento casuale e quelli ordinati secondo un principio.

###### 4.1.1 - Sistemi con ordinamento casuale

In questo sistema non è previsto alcun principio di ordinamento, i vari tipi colorati sono raccolti alla rinfusa ed eventualmente numerati.

Non è un sistema utilizzato data la difficoltà di risalire al tipo colorato e/o classificarlo quando i tipi sono numerosi.

###### 4.1.2 - Sistemi ordinati secondo un principio. Sistema di Munsell

Il sistema di specificazione del colore più noto è quello di A.H.Munsell (Boston 6.1.1858-28.6.1919)

Il sistema di ordinamento dei colori di Munsell è internazionalmente accettato ed è stato la base per altri sistemi di classificazione.

Il sistema di Munsell è un metodo preciso di specificazione del colore e mostra le relazioni esistenti tra i colori.

Ad ogni colore Munsell abbina tre qualità o attributi: **HUE, VALUE E CHROMA.**

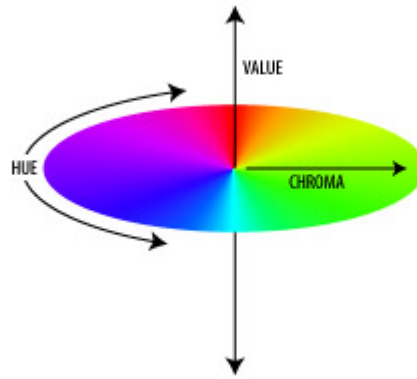
Munsell ha stabilito il sistema di specificazione dove rimane costante la differenza di percezione visiva tra due tipi adiacenti.

Mantenere costante la differenza di percezione visiva tra due tipi adiacenti equivale a dire che tanto in senso orizzontale che in senso verticale la sensazione dovuta alla differenza tra il 1° e il 2° tipo è praticamente uguale a quella tra il 2° e il 3°, tra il 3° e il 4° e così via.

Ogni tipo colorato è identificato da tre valori (corrispondenti a hue value e chroma) quindi è possibile comunicare in modo preciso il colore in esame senza lasciare spazio a eventuali scelte creative.

Quindi mediante le tre coordinate è possibile rappresentare in modo univoco tutti i colori.

Una rappresentazione grafica del principio di Munsell può essere:



### - 'HUE' o Tono

Munsell definisce 'hue' come 'la qualità per cui si distingue un colore da un altro'.

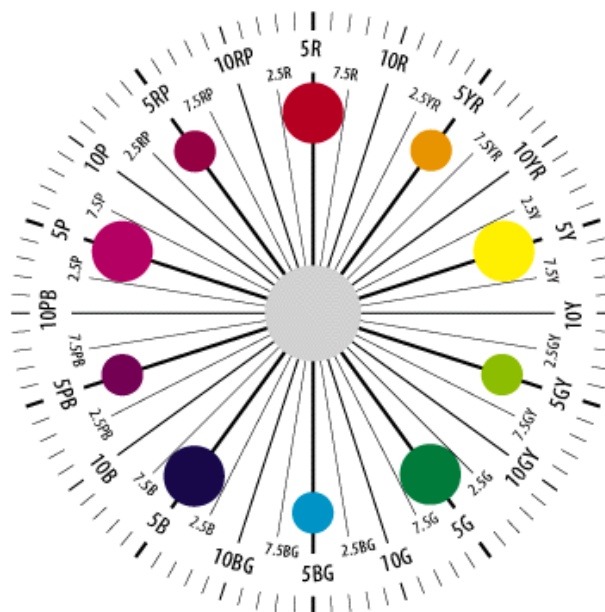
Questa coordinata, che si può tradurre con il termine Tono, rappresenta quella caratteristica del colore che si specifica con i termini blu, rosso, verde, giallo ecc.

Munsell ha selezionato cinque colori principali : rosso (R), giallo (Y), verde (G), blu (B) e porpora (P).

Inoltre ha individuato altri 5 colori intermedi ottenuti dalla miscela dei 5 principali indicati con: YR-giallo-rosso, GY-verde-giallo, BG-blu-verde, PB-porpora-blu, RP-rosso-porpora.

I dieci toni, cinque principali e cinque intermedi, sono inseriti in una circonferenza a sua volta suddivisa in 100 intervalli, dove due tipi adiacenti danno la stessa differenza di percezione visiva, con lo zero all'inizio del settore del rosso.

La circonferenza può essere così rappresentata:



Il tono può essere identificato con un numero da 0 a 100 corrispondente alla posizione nel cerchio. Questo può essere utile nella catalogazione del tono o nei programmi di calcolo.

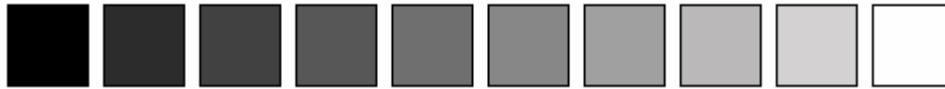
Tuttavia è più immediato il riconoscimento del tipo colorato se si indica con un numero e la lettera che indica il settore.

Ad es. 5R indica il tono rosso corrispondente al centro del settore del rosso, il 4YR indica il tono giallo-rosso di 4° grado, il 9 PB indica il tono porpora-blu di 9° e così via.

Dire che si mantiene costante la differenza di percezione visiva tra due tipi adiacenti significa che tra i campioni 5Y e 6Y esiste una differenza di colore che provoca una sensazione praticamente uguale a quella provocata dall'esame visivo dei campioni 9B e 10B.

### - 'VALUE' o Luminosità

Munsell definisce 'value' quella qualità 'per cui si distingue un colore chiaro da un colore scuro'. Questa coordinata, che si può tradurre con luminosità, va intesa come la quantità di energia luminosa riflessa dal campione colorato, rappresenta la luminosità o il grado di grigio di un colore. La luminosità è quella caratteristica per cui un colore si classifica come avente la stessa luminosità di un tipo della scala dei grigi, scala che ha il valore minimo, uguale a zero, per il nero e il valore massimo, uguale a 10, per il bianco.



E' possibile rappresentarla come un asse perpendicolare al cerchio che rappresenta la 'HUE'.

La luminosità si indica con un numero seguito da un tratto obliquo.

La scrittura 5Y 4/ indica il tipo colorato giallo di 5° avente luminosità pari al quarto grado della scala dei grigi.

### - 'CHROMA' o Saturazione

Munsell definisce 'chroma' quella qualità che distingue un tono puro dal corrispondente tipo della scala dei grigi.

Questa coordinata si può tradurre con il termine saturazione (o intensità di colore ed è in relazione con la concentrazione della sostanza colorante).

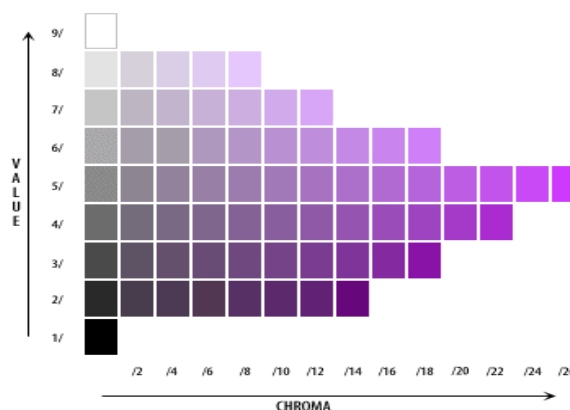
La scala dei grigi rappresenta per ogni tono i tipi con 'chroma' uguale a zero cioè saturazione nulla (non hanno colore).

Per ogni valore di luminosità, allontanandosi in senso orizzontale dalla scala dei grigi, il valore del 'chroma' aumenta regolarmente di 2 unità arrivando al valore massimo corrispondente in teoria al 'colore più saturo esistente in natura'.

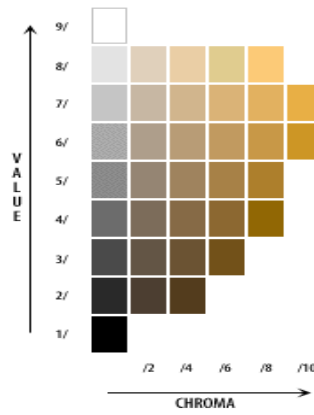
La saturazione si indica con un numero che viene scritto dopo il tratto obliquo che segue il valore della luminosità.

E' da tener presente che il valore della saturazione non varia uniformemente come il tono e la luminosità.

Ad esempio per il tono 5RP (rosso-porpora) possiamo ottenere le seguenti saturazioni, il valore massimo del cromatismo risulta essere 26 per il valore di luminosità uguale a 5.



Un altro colore come ad esempio il 10YR (giallo-rosso) presenta un asse delle saturazioni più corto e arriva a 10 per valori di luminosità pari a 6 e 7.



Nel sistema di Munsell i rossi, blu e porpora tendono ad avere i più elevati valori di saturazione rispetto ai gialli e verdi, inoltre i rossi, blu e porpora presentano i valori di saturazione più elevati in corrispondenza dei valori medi di luminosità mentre i gialli e i verdi presentano i più elevati valori di saturazione in corrispondenza dei valori più alti di luminosità.

### - Specificazione del colore secondo Munsell e Spazio dei colori

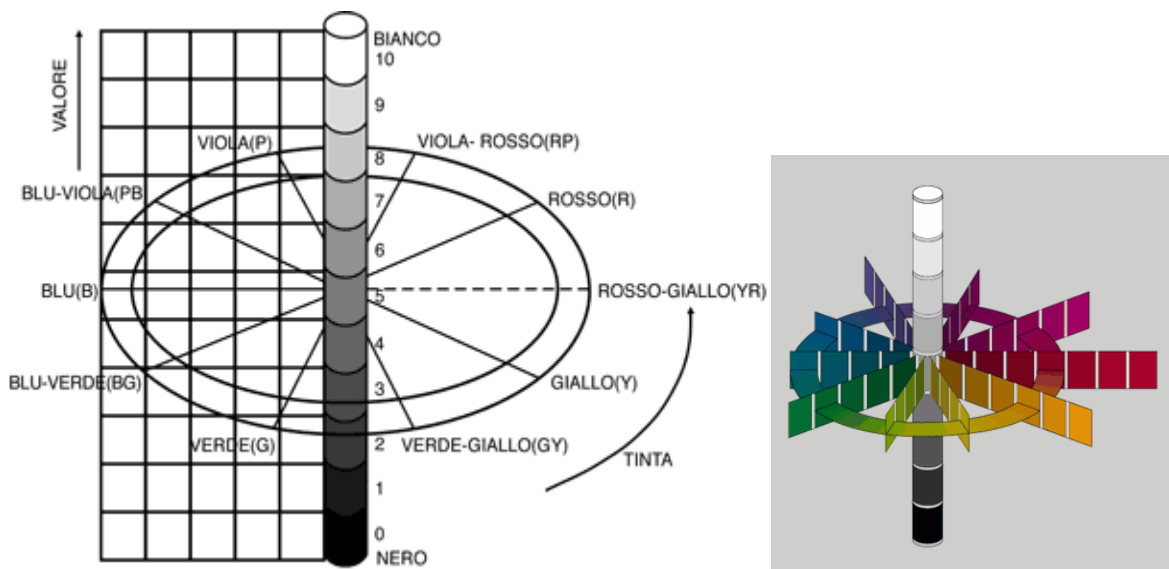
Riassumendo nel sistema di Munsell un tipo colorato viene univocamente identificato da una sigla del tipo :

5Y	4/	4
HUE	VALUE	CHROMA
TONO	LUMINOSITA'	SATURAZIONE

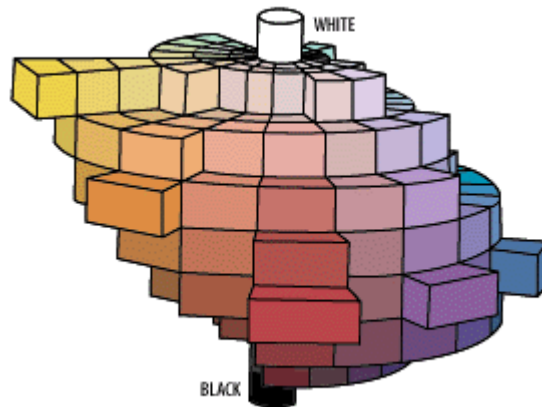
Tutti i tipi del sistema Munsell sono raccolti nel libro 'Munsell Book of Color' dove sono riportati i diversi tipi colorati tono per tono.

Nella rappresentazione di Munsell, quindi, i vari tipi colorati danno luogo ad una figura tridimensionale che nelle idee dell'autore doveva essere una sfera dove l'asse rappresentava la luminosità la superficie rappresentava i toni a massima saturazione e ogni punto interno rappresentava toni a saturazione inferiore.

Una rappresentazione grafica può essere la seguente :



Tuttavia in considerazione del fatto che non tutti i tipi colorati presentano uniformità nella saturazione comporta che la sfera dei colori di Munsell non è simmetrica ma assume una distribuzione del tipo:



Dove è possibile apprezzare come per alcuni toni vi siano distribuzioni di saturazioni diverse da altri.

La raccolta dei tipi colorati di Munsell può essere recepita dalla società che porta lo stesso nome.

#### - SISTEMA PANTONE

PANTONE "Color Selector 1000" è senz'altro il sistema che più si richiama al Munsell Book Color.

Il sistema PANTONE è strutturato su 13 colori (sottrattivi) principali che vanno dal bianco al nero; questi ultimi possono contenere un terzo colore per ottenere tutte le terne. Questo catalogo è valido universalmente per qualsiasi tecnica di colorazione a mano, come la tempera, l'acrilico, l'acquarello, le matite i marker (pennarelli), ecc.

I colori di questo catalogo hanno delle referenze di prodotto e servono soprattutto all'individuazione dei colori della stampa offset.

Per controllare le referenze dei prodotti bisogna controllare i simboli in basso a sinistra di ogni colore.

Il catalogo PANTONE "Color Selector 1000" è composto di due mazzette, su diverso supporto cartaceo, con tipi opachi (matt) e lucidi (gloss), con ben 1000 colori, di cui 449 acromatici, 28 fluorescenti, 7 con oro e argento.

Ognuno dei 1000 colori sono sistemati in schede rettangolari che contengono 7 colori.

Si tratta di colori ottenuti dalla stampa offset senza retino (tinta piatta); ogni tacca cromatica riporta le parti di colore necessarie per comporre e le relative percentuali di composizione.

Al centro della scheda c'è il colore puro, in alto i colori con il bianco, in basso con il nero. I toni cromatici (in %) si presentano equidistanti, in modo da formare una scala armonica.

Le schede hanno in basso un numero progressivo da 1 a 102; in alcuni casi i numeri sono con i decimali (es. 55/55.5; oppure 25/25.3/25.3). Questo vuol dire che certe gamme di colori hanno piccole variazioni di tono.

I 1000 colori che vanno dal bianco al nero al grigio sono stati sistemati, da me, in una struttura circolare (vedi sfera schiacciata di Klee) per vedere il peso dei vari colori e le relazioni (mescolanze) che hanno tra loro (Fig. 18).

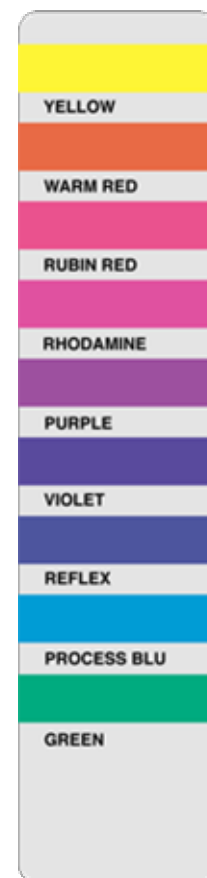
Come si può osservare c'è una prevalenza di rossi-gialli e verdi-gialli, seguiti dai rossi- viola e dai verdi-blu; mentre gli altri colori che vanno dal rubine red al process blu sono frammentati in 8 colori principali.

La ragione probabile di questa scelta si deve individuare in un fatto tecnico, cioè per produrre una gamma così sofisticata di violarossi e blu c'è bisogno di molti pigmenti base.

Il PANTONE "Color Selector 1000" e tutti i volumi e mazzette cromatiche della Letraset sono uno dei pochi sistemi commerciali in circolazione ad un prezzo accessibile.

Tra le tante qualità ne possiamo menzionare almeno due:

- si prestano ad essere usati nella scelta dei colori o come guida cromatica non solo per la stampa, ma per tutti i settori del design;
- offrono la possibilità per ogni colore scelto di avere alcuni prodotti colorati come carte, marker, ecc. per operare realmente; è senz'altro consigliabile per chi studia o usa il colore, per avere una visione totale sul colore, di possedere tutta la biblioteca Pantone.



Scheda dei colori fondamentali della Pantone

Altri cataloghi sono quelli per la stampa offset o rotocalco in quadricromia, editi dalla Pantone "Colour Specifier", e dalla Mecanorama "Primary Colour Guide", o l'atlante cromatico di F.C. Scott edito dalla Sansoni; entrambi contengono delle schede con i colori ottenuti con la selezione di quadricromia.

Ogni scheda è fatta da 100 talloncini staccabili per dare indicazione allo stampatore, con percentuali di retino dal 10% al 100%.

Questi sistemi partono dai colori base (cyan, magenta, giallo e nero) per articolarsi così nelle circa 1.400 schede:

- 4 colori base dal 10% al 100% di retino, il bianco (il fondo della carta) è dato dalla retinatura, cioè da tanti puntini, e dall'avvicinamento o allontanamento dei puntini in percentuale.
- 40 colori in bicromia (2 colori) dal 10% al 100%
- 490 colori in tricromia dal 10% al 100%
- 700 colori in quadricromia dal 10% al 100%.

#### 4.2 - Sistema di specificazione del colore mediante numeri

Al fine di poter riprodurre un colore con una precisione sufficiente a soddisfare le esigenze di numerose applicazioni (fotografia, cinematografia, televisione a colori, ecc..) si è cercato di caratterizzarlo in modo più preciso attraverso numeri.

Si è anche visto che la percezione del colore varia da un individuo all'altro pertanto è stato necessario definire un 'osservatore standard' al fine di rendere la determinazione più oggettiva possibile.

In base a quanto visto precedentemente l'occhio umano in un colore distingue tre qualità: il tono, la luminosità e la saturazione (o l'intensità).

#### 4.2.1 - Sistema CIE

Il sistema proposto nel 1931 dalla CIE, definisce il colore mediante tre numeri e si fonda sul concetto che la sensazione di colore provocata da un colore qualsiasi in un osservatore normale (osservatore che verrà descritto più avanti) si può riprodurre miscelando opportunamente tre luci colorate, aventi composizioni spettrali molto diverse l'una dall'altra e tali che nessuna delle tre, possa essere ottenuta per combinazione delle altre due.

Sorgenti aventi queste caratteristiche sono chiamate primarie.

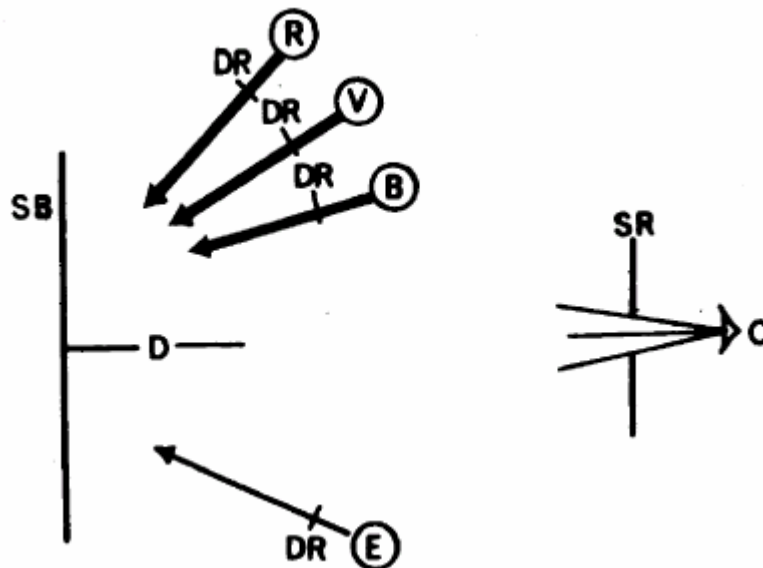
Per spiegare la struttura del sistema CIE è opportuno considerare alcune esperienze effettuate da Wright e Guild, esperienze sulle quali sono basati tutti i sistemi di specificazione del colore mediante numeri.

Il grosso vantaggio di questi sistemi, è di poter effettuare una valutazione oggettiva, aiutandosi con sistemi quali lo spettrofotometro e il più semplice colorimetro. Sono anche in grado, definito uno standard, di valutare oggettivamente la differenza tra il campione in esame e lo standard stesso.

#### 4.2.2 - Colorimetro sperimentale.

Il COLORIMETRO: o comparazione visiva, è l'apparecchio che serve a determinare la quantità di primari costituenti una luce in esame, per confronto tra questa e un'opportuna miscela di primari.

Esso si può considerare, in prima approssimazione, come costituito da uno schermo bianco SB, diviso a metà da un diaframma D, sul quale viene proiettata da una parte la luce da misurare E e dall'altra le luci delle tre sorgenti (primarie).



Il proiettore di ogni lampada è dotato di un diaframma DR, regolabile da 0 a 100, che permette di variare la quantità di radiazione in maniera lineare e cioè tale per cui ad apertura doppia tripla quadrupla, corrisponda una quantità di radiazione doppia tripla quadrupla.

Si raggiunge l'imitazione, quando il confronto tra la luce in esame e la miscela dei primari, permette di definire eguali i due campi.

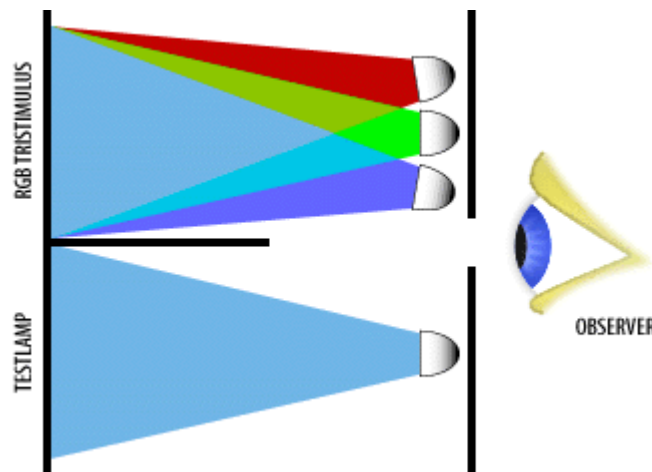
##### 4.2.2.1 - Osservatore normale

L'osservatore si pone ad una certa distanza dallo schermo bianco e l'osserva sotto un angolo particolare, definito dal diametro del foro praticato nello schermo di riduzione indicato nella figura precedente.

Le condizioni sperimentate per definire l'osservatore normale sono:

- distanza tra campione ed Osservatore: circa 46cm;
- direzione di osservazione: normale al campione;
- zona di osservazione: quella delimitata da un angolo solido (sotteso all'occhio) inferiore o uguale a  $4^\circ$ .

Poiché in queste condizioni di osservazione, la zona della retina interessata alla visione, è quella delimitata da un angolo solido di 2° (nella quale sono presenti soltanto i coni), l'osservatore così descritto, è definito Osservatore normale 2° CIE 1931.



La differenza significativa tra l'osservatore CIE 1931 e 1964 è che l'osservatore a 2° è inadeguato in molti casi per considerare una visione periferica. L'osservatore a 10° è ritenuto più idoneo a tale scopo.

#### 4.2.2.2 - Esperienze di Wright e Guild

- PRIMO CASO: esame di una sorgente di colore blu verde torbido. Si pone la lampada in esame nella posizione indicata nella figura già presentata prima e si proietta una certa quantità di radiazione nel semicampo inferiore (ad esempio 50). Si inizia a proiettare nel semicampo superiore dello schermo bianco la luce blu, variando il diaframma da 0 a 100, fino ad ottenere la stessa sensazione di luminosità tra i due semicampi.

Si procede ora ad aprire il diaframma del verde, fino a che non avremo la stessa sensazione di tinta. Avendo aggiunto della radiazione luminosa verde, alla già esistente blu, avremo ottenuto uno stimolo più chiaro del campione in esame. Per riottenere la stessa sensazione di luminosità, posso aprire il diaframma della sorgente campione, oppure chiudere proporzionalmente i diaframmi di blu e verde, poiché per le leggi di Grassman, il risultatocromatico non cambia. Procedo ora ad aprire il diaframma della rossa, fino ad ottenere la stessa saturazione del campione e riporto la luminosità allo stesso livello, come fatto precedentemente. Ora gli stimoli cromatici, provenienti dai due semicampi, sono uguali e se le aperture dei diaframmi di B, V, R, fossero rispettivamente 65, 30, 5, varrebbe la seguente formula:

$$50 \text{ blu verdastro torbido} = 65 \text{ blu} + 30 \text{ verde} + 5 \text{ rosso.}$$

- SECONDO CASO: esame di una sorgente di colore giallo brillante.

Si procede come nel caso precedente, proiettando la luce gialla nel semicampo inferiore e si regola il diaframma ad un determinato valore, ad es. 50.

Quindi si inizia l'esperienza proiettando nel campo superiore la luce rossa, variandone l'intensità fino a quando l'osservatore O giudicherà i due semicampi di uguale luminosità, anche se di tono diverso.

Per correggere il tono si proietterà successivamente anche la luce verde nel semicampo superiore, variandone l'intensità fino ad ottenere la minor differenza di tono tra i due semicampi.

Eventuali differenze di luminosità si correggeranno o mediante il diaframma di E o mediante quelli di R e V.

Alla fine si proietta anche la luce B, regolando i diaframmi nello stesso modo al fine di ottenere l'uguaglianza dei due semicampi.

In tal caso, tuttavia, si otterrà sempre lo stesso risultato: quella luce di color giallo brillante non può essere imitata addizionando le tre luci primarie scelte.

Considerato che l'aggiunta del blu aumenta la differenza di colore tra i due semicampi, l'imitazione sembra possibile a condizione di sottrarre un poco di blu dalla miscela di rosso e verde.

Sperimentalmente si procede trasportando la luce primaria blu nel semicampo inferiore e si aggiunge questa alla luce campione E.

Regolando opportunamente la quantità di B si noterà che i due campi diventeranno uguali.

Supponendo che, le aperture B, V, R, siano rispettivamente 5, 15,80, diremo che:

$$50 \text{ giallo brillante} = 80 \text{ Rosso} + 15 \text{ Verde} - 5 \text{ Blu}$$

dove il segno “ - “ indica una desaturazione del campione.

- TERZO CASO: esame dei colori dello spettro.

Scomponendo la luce bianca (policromatica) mediante un prisma ottico e proiettando attraverso una fessura sottile solo una determinata parte della sua composizione spettrale, è possibile proiettare nel semicampo del campione in esame, singole lunghezze d'onda dello spettro del visibile.

Si procede, come nei casi uno e due trovando, cioè modulando le quantità delle tre luci primarie in modo di ottenere esattamente la riproduzione della luce dello spettro.

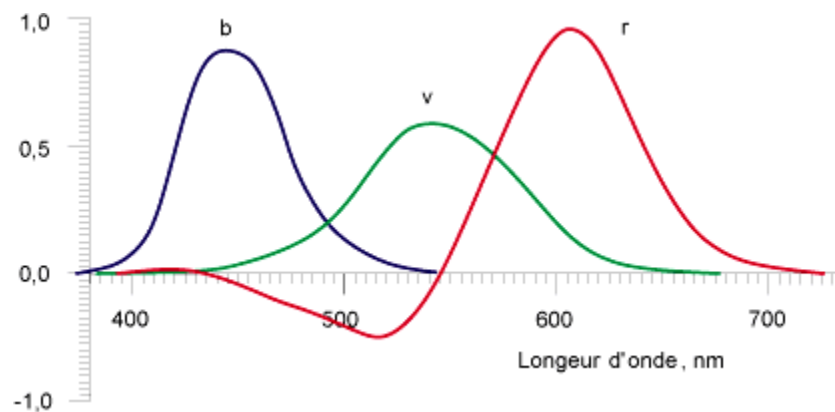
E' possibile pertanto ottenere ogni singola radiazione dello spettro attraverso combinazione lineare di tre luci primarie.

Si ottengono delle tabelle del tipo :

$\lambda$ nm	$\varnothing 460$	$\varnothing 530$	$\varnothing 650$
400	100	-5,0	+1,40
401	100	-5,1	+4,2
402	100	-5,2	+4,3
----	---	---	---
459	100	-0,2	+0,1
460	100	-0,0	0,0
461	99	1	-1
462	98	3	-3
463	97	5	-5
---	---	---	---
528	3	96	-2
529	1	99	-1
530	0	100	0,0
531	-1	100	+1
532	-1,3	99	3
533	-1,4	97	5
---	---	---	---
649	-0,1	+0,2	99
650	0,0	0,0	100
651	+0,1	-0,1	100
652	+0,2	-0,2	100

E' da osservare che non tutti sono valori positivi, pertanto il valore negativo indica che il colore spettrale corrispondente è ottenuto denaturandolo con la corrispondente luce.

Riportando ora  $\lambda$  per  $\lambda$ , i valori trovati su un sistema di assi cartesiani aventi in ascissa le  $\lambda$  e in ordinate le aperture dei diaframmi (o le energie), si otterrà la rappresentazione della figura sotto (rappresentazione delle funzioni di imitazione del colore).



L'esperienza descritta, dimostra come sia possibile definire i colori dello spettro, mediante terne di numeri che, proprio per questo motivo, vengono assunti come coordinate del colore.

I tre numeri sono chiamati valori tristimolo e rappresentano le quantità di energia radiante dei tre primari, necessarie per riprodurre in un osservatore normale, la sensazione provocata da un determinato colore.

Ogni primario, quando viene percepito dall'occhio, provoca uno stimolo e poiché l'imitazione è ottenuta mediante tre sorgenti primarie, la sensazione di colore percepita dall'osservatore, è dovuta ai tre stimoli corrispondenti.

Da questo fatto, è derivato il nome di "colorimetria tristimolo" e il dispositivo illustrato, può essere considerato un colorimetro tristimolo.

Nel compiere le esperienze prima descritte, Wright ha utilizzato come sorgente primaria tre luci monocromatiche spettrali (reali):

$\lambda = 460\text{nm}$ , che è un blu

$\lambda = 530\text{nm}$ , che è un verde

$\lambda = 650\text{nm}$ , che è un rosso

Guild, invece, ha utilizzato luci policromatiche di colore R, V, B, ottenute filtrando opportunamente sorgenti costituite da lampade a filamento ( $T_c = 2500\text{k}$ ).

Dalle esperienze illustrate si possono trarre due conclusioni :

- dati un colore e una terna di luci primarie di caratteristiche particolari è sempre possibile trovare una loro combinazione algebrica capace di riprodurre il colore dato.
- nel caso dei colori dello spettro, la presenza di valori negativi dimostra che non esistono sorgenti primarie capaci di riprodurre, per semplice miscela additiva, tutti i colori dello spettro, che sono i più saturi esistenti in natura.

### 4.3 - Rappresentazione dei colori

La rappresentazione tricromatica dei colori si basa su tre principi fondamentali che vanno sotto il nome di 'leggi di Grassmann'

#### 4.3.1 - 1^Legge di Grassman

E' possibile riprodurre qualunque colore mediante combinazione additiva di tre colori (detti primari). La quantità di ciascuno dei tre primari definisce il colore riprodotto.

#### 4.3.2 - 2^Legge di Grassman- principio della additività

Sia un colore C1 ottenuto mediante combinazione additiva di tre colori primari in quantità  $m, n$  e  $p$ .  
Sia un colore C2 ottenuto mediante combinazione additiva di tre colori primari in quantità  $m', n'$  e  $p'$ .

Si combini il colore C1 e C2 per ottenere il colore C3

Il colore C3 può essere riprodotto direttamente mediante combinazione additiva dei tre colori primari secondo:

$$m'' = m + m'$$

$$n'' = n + n'$$

$$p'' = p + p'$$

#### 4.3.3 - 3<sup>a</sup> Legge di Grassman- principio della molteplicità

Sia C1 un colore ottenuto per combinazione additiva di tre colori primari in quantità m, n e p.

Sia C2 un altro colore definito da km, kn e kp (dove k è un numero positivo che può essere maggiore o minore di 1).

Il colore C2 possiede la stesso tono e saturazione di C1, ma presenta una brillantezza diversa.

Se  $k > 1$  il colore C2 è più brillante del colore C1

Se  $k < 1$  il colore C2 è meno brillante del colore C2

Ne risulta, da queste tre leggi, che la qualità di un colore, tono e saturazione, dipende solamente dalle proporzioni dei tre colori primari

$$\frac{m}{m + n + p} \quad \frac{n}{m + n + p} \quad \frac{p}{m + n + p}$$

La brillantezza del colore (luminosità) dipende dalla quantità di ogni primario, l'intensità dipende da k.

Un colore qualunque si trova così caratterizzato da tre numeri.

Questa proprietà delle radiazioni (additività), che si verifica sperimentalmente, è quella che permette di passare da una terna di sorgenti primarie ad un'altra mediante trasformazioni lineari, permette cioè di esprimere le coordinate di colore di una terna in funzione delle coordinate di colore dell'altra terna mediante equazioni di primo grado.

In altre parole se R, G e B sono i valori tristimolo di un colore in un certo sistema di primari, i valori tristimolo X, Y, Z dello stesso colore in un altro sistema di primari, si otterranno dai precedenti mediante le equazioni seguenti:

$$X = X_r R + X_g G + X_b B$$

$$Y = Y_r R + Y_g G + Y_b B$$

$$Z = Z_r R + Z_g G + Z_b B$$

Dove

$X_r$ ,  $Y_r$  e  $Z_r$  sono le quantità dei nuovi primari X, Y, Z necessarie per imitare il colore del vecchio primario R cioè  $R=1$ ,  $G=0$  e  $B=0$

$X_g$ ,  $Y_g$  e  $Z_g$  sono le quantità dei nuovi primari X, Y, Z necessarie per imitare il colore del vecchio primario G cioè  $R=0$ ,  $G=1$  e  $B=0$

$X_b$ ,  $Y_b$  e  $Z_b$  sono le quantità dei nuovi primari X, Y, Z necessarie per imitare il colore del vecchio primario B cioè  $R=0$ ,  $G=0$  e  $B=1$

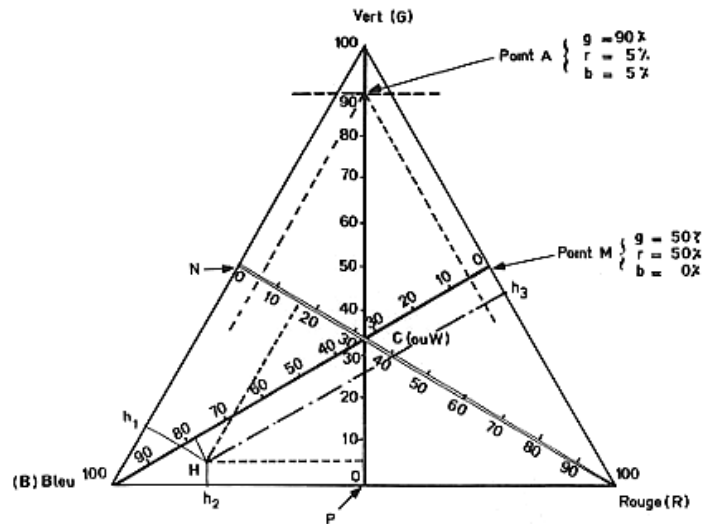
Grazie a questa proprietà è stato possibile calcolare le caratteristiche spettrali di sorgenti primarie ipotetiche, capaci di riprodurre tutti i colori dello spettro per miscela additiva

## Triangolo dei colori

Si è visto che si possono rappresentare tutti i colori mescolando in modo appropriato tre colori fondamentali chiamati primari.

Supponiamo di scegliere come primari i colori rosso R, verde G e blu B ottenuti a partire da 3 luci regolabili con un reostato come nel caso precedente.

Facendo variare le intensità delle tre luci (regolando il reostato da 0 a 100) si può ottenere un triangolo di questo tipo:



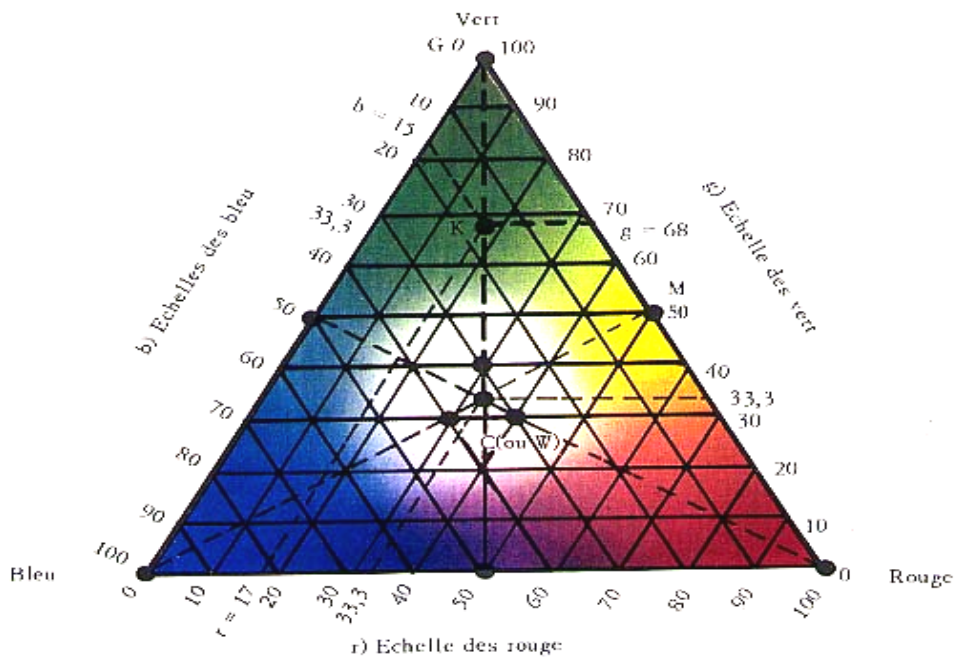
Tale triangolo viene normalmente triangolo dei colori o triangolo R.V.B. o triangolo di Maxwell

La scala dei rossi è l'altezza del triangolo che parte dal vertice R

La scala dei verdi è l'altezza del triangolo che parte dal vertice V

La scala dei blu è l'altezza del triangolo che parte dal vertice B

La figura seguente da una rappresentazione colorata del triangolo :



Un colore qualunque può essere rappresentato da tre percentuali definite.

Per esempio il colore A della figura precedente può essere riprodotto mescolando il 90% di luce verde ( $g=0,9$ ), 5% di luce rossa ( $r=0,05$ ) e 5% di luce blu ( $b=0,05$ ).  
L'equazione colorimetrica per il colore A sarà dunque :

$$\mathbf{A = 0,05 R + 0,90 G + 0,05 B}$$

Il colore al centro del triangolo (punto W) si trova nell'intersezione delle tre altezze, le cui coordinate sono :

$$\mathbf{r = g = b \ 1/3 \ ( = 0,33)}$$

Una delle proprietà fondamentali di un triangolo equilatero è che le perpendicolari si incontrano in modo da suddividersi in due segmenti di cui uno è il doppio dell'altro.

Così per il punto W si avrà:

$$\mathbf{r + g + b = 1/3 + 1/3 + 1/3 = 1}$$

#### A) Esempio

1) Sia da cercare un punto tale per cui  $r = 100\%$  e  $g = b = 0$ .

Questo punto è evidentemente il vertice del triangolo dove si è posizionato il rosso.

2) Sia il punto M per cui :

$$\mathbf{r = 50\% \ g = 50\% \ b = 0\%}$$

Si traccia la retta perpendicolare alla scala dei rossi passante per il punto 50%

Si traccia la retta perpendicolare alla scala dei verdi passante per il punto 50%

Le due rette si incontrano nel punto M che corrisponde bene a  $b = 0\%$

Sappiamo pertanto che il punto M rappresenta il colore giallo.

3) Sia da ricercare il punto H per cui :

$$\mathbf{r = 17\% \ g = 5\% \ b = 78\%}$$

Come fatto precedentemente si traccia la perpendicolare alla scala dei rossi passante per il punto 17%.

Si traccia la perpendicolare alla scala dei verdi passante per il punto 5%

Nell'intersezione di queste due rette (punto H) , la retta perpendicolare alla scala dei blu passa per il punto 78%.

Questi risultati sono molto interessanti.

Ogni volta che si effettua la somma dei tre coefficienti  $r, g, b$  il risultato è sempre 1.

Nel primo caso si ha :  $\mathbf{r + g + b = 100\% + 0\% + 0\% = 100\% = 1}$

Nel secondo caso si ha :  $\mathbf{r + g + b = 50\% + 50\% + 0\% = 100\% = 1}$

Nel terzo caso si ha :  $\mathbf{r + g + b = 17\% + 5\% + 78\% = 100\% = 1}$

Per il valore del bianco (W)

$$\mathbf{r + g + b = \frac{1}{3} 100\% + \frac{1}{3} 100\% + \frac{1}{3} 100\% = 100\% = 1}$$

Da questo si ricava un risultato fondamentale :

Per un colore del triangolo è sufficiente conoscere due coefficienti qualunque per determinare il coefficiente del terzo.

Se si conosce :  $r$  e  $g$ , si avrà  $\mathbf{b = 1 - (r + g)}$

Se si conosce :  $b$  e  $g$ , si avrà  $\mathbf{r = 1 - (b + g)}$

Se si conosce :  $r$  e  $b$ , si avrà  $\mathbf{g = 1 - (r + b)}$

L'equazione colorimetrica per un colore C si scriverà :

$$C = rR + gG + bB$$

Indicando R, G e B, le tinta di luce rossa, verde e blu le percentuali dei colori primari saranno definiti dalle relazioni :

$$\text{Percentuale di rosso: } r = \frac{R}{R + G + B} \times 100$$

$$\text{Percentuale di verde: } g = \frac{G}{R + G + B} \times 100$$

$$\text{Percentuale di blu: } b = \frac{B}{R + G + B} \times 100$$

### B) Rappresentazione di colori spettrali

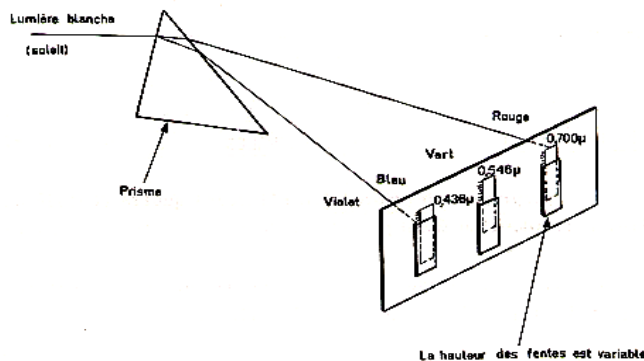
Ci si propone adesso di rappresentare un qualunque colore spettrale attraverso la ombinazione additiva di tre colori primari.

Nel 1929, Wright effettua delle misure colorimetriche precise, cominciando a definire le unghesse d'onda dei tre colori primari che egli decide di utilizzare Wright scelse le seguenti lunghezze d'onda :

- un colore rosso alla lunghezza d'onda di 700 nm.
- un colore verde alla lunghezza d'onda di 546 nm.
- un colore blu alla lunghezza d'onda di 436 nm.

Questi colori spettrali sono scelti a partire dallo spettro solare opportunamente filtrato.

La quantità di luce monocromatica scelta può essere variata aumentando la altezza della fenditura.



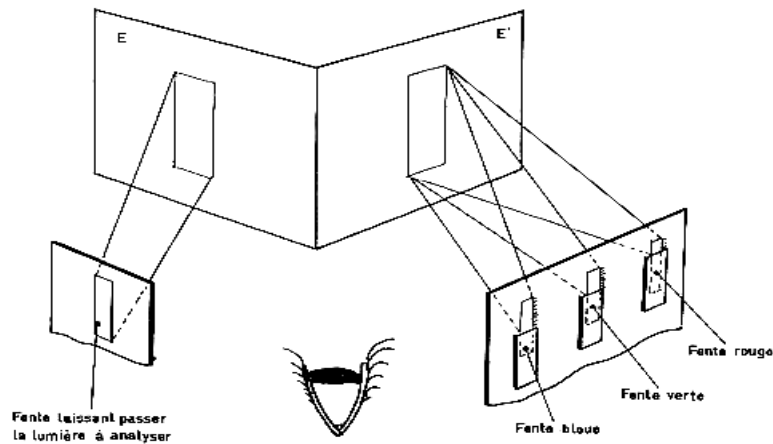
E' evidente che se la fenditura è completamente aperta sarà disponibile una grande quantità di luce monocromatica, mentre se la fenditura è completamente chiusa la quantità di luce monocromatica è nulla.

E' possibile regolare l'ampiezza della fenditura con delle viti graduate regolabili da 0 a 100

La posizione delle tre viti indicherà la proporzione necessaria per riprodurre un'altra luce in esame.

Tramite una fenditura di entrata, si seleziona dallo spettro il colore che si vuole riprodurre e si dirige tale luce sullo schermo E.

Sullo schermo E' sono proiettate le tre luci primarie indicate prima.



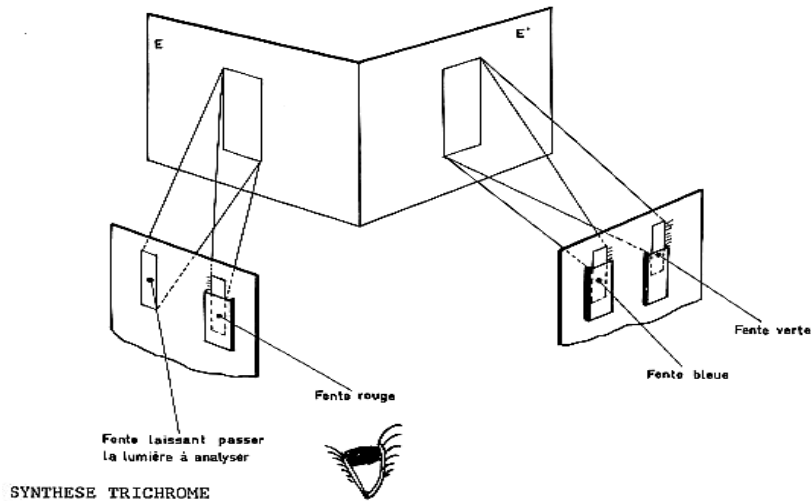
Si regolano le viti in modo da ottenere la stessa impressione colorata nei due schermi.

All'equilibrio si registrano le percentuali di luce rossa, verde, blu necessarie per la riproduzione del colore in esame.

Tutti i colori compresi tra 700 (rosso) e 546 (verde) nm possono essere riprodotti per mezzo delle tre luci primarie opportunamente dosate.

Per contro se si desidera riprodurre i colori compresi tra il verde e il blu si rileva che non è possibile farlo mediante combinazione additiva.

Si può superare tale difficoltà nel modo seguente : si sposta una luce fondamentale dallo schermo E' e la si trasporta nello schermo E assieme alla luce da analizzare.



Disporre una luce primaria sullo schermo del colore da riprodurre significa considerare, nell'espressione che rappresenta il colore, un contributo negativo.

Dire che la luce è negativa non ha alcun senso fisico, ma dire che in una equazione colorimetrica la luce (ad es. rossa) è negativa, indica che questa luce si trova dalla parte dello schermo della luce da analizzare.

Se la luce da analizzare è C, l'equazione colorimetrica sarà:

$$C = rR + gG + bB$$

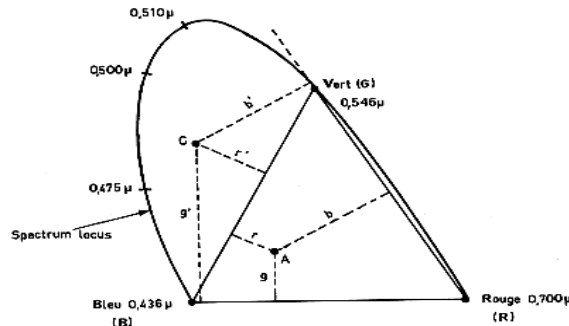
Questo vale se le tre luci siano dalla stessa parte del piano (ovvero per tutti i colori compresi tra il rosso e il verde).

Tuttavia se il colore C da riprodurre è compreso tra il verde e il blu (in tal caso la luce rossa si trova nello schermo di C) allora l'equazione sarà :

$$C + rR = gG + bB$$

$$\circ C = -rR + gG + bB$$

In quest'ultima equazione il segno negativo indica che il rosso si trova nel piano di C.  
Effettuando il calcolo per tutti i colori dello spettro si trova la seguente rappresentazione spettrale:



La figura precedente indica il luogo di tutti i colori spettrali nella rappresentazione grafica del triangolo R.G.B.

Questo luogo del piano viene comunemente denominati 'Spettro di locus'

Si può rilevare che nella zona dei colori rosso-verde lo spettro di locus si confonde praticamente con la retta RG, quindi i valori di r e v sono positivi e i colori possono essere ottenuti per combinazione additiva.

Si può rilevare che le coordinate r,v e b sono positive qualora ci si trovi all'interno del triangolo R,V B

Ad esempio il punto A presenta tutte le coordinate positive.

Le coordinate del punto C sono tali per cui g' e b' sono positive mentre r' è negativa.

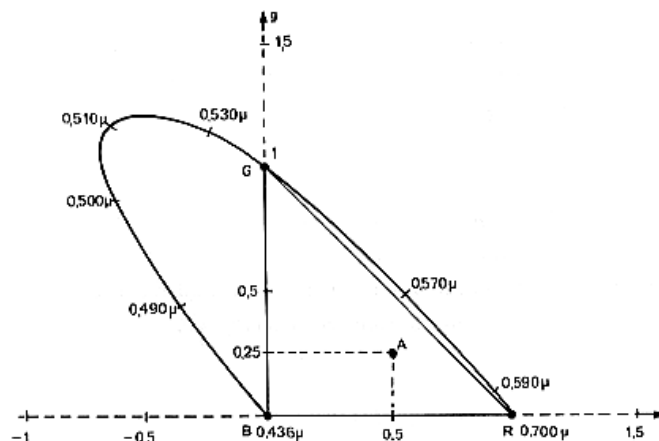
Questo indica che per ottenere il colore relativo al punto C si è dovuto spostare la luce rossa sullo schermo del colore da analizzare.

### C) Altre rappresentazioni del triangolo R.G.B.

Si è visto precedentemente che per stabilire un colore è sufficiente conoscere due coordinate, la terza si ottiene dal calcolo.

Invece di utilizzare un triangolo equilatero che necessita di tre coordinate per definire un punto, si può utilizzare per rappresentare il triangolo R,G,B un triangolo rettangolo che permette di utilizzare solo due coordinate essendo la terza ottenibile attraverso il calcolo.

La figura seguente mostra tale tipo di rappresentazione e lo spettro di locus corrispondente.



Le coordinate del punto A nel triangolo sono :

$$r = 0,5 \text{ et } g = 0,25$$

La terza coordinata si ricava dalla relazione :

$$B = 1 - (r + g) = 1 - (0,5 + 0,25) = 0,25$$

#### D) Il sistema internazionale R.G.B.

##### 1) Natura

Nel 1931 la Commission International de l'Eclairage (C.I.E.) ha adottato il triangolo rettangolo. In questo sistema le tre radiazioni monocromatiche fondamentali sono : 700 m (rosso), 546 nm (verde) e 436 m (bleu).

L'unità di flusso luminoso del primario rosso è stato scelto per convenzione uguale ad 1 lumen. Affinché il punto rappresentativo della luce bianca sia al centro del triangolo è necessario che l'unità di flusso luminoso del primario blu sia di 0,061 lumen e quello del primario verde a 4,5907 lumen.

Il piccolo valore del flusso luminoso necessario mostra già le caratteristiche di coloranti intensi alle basse lunghezze d'onda.

Così un colorante C avente per coordinate :

$$r = 0,243 \text{ et } g = 0,410 \text{ (o } b = 0,347)$$

significa che:

$$0,243 \times 1 = 0,243 \text{ lumen del primario rosso (a } 700 \text{ nm)}$$

$$0,410 \times 4,59 = 1,882 \text{ lumen del primario verde (a } 546 \text{ nm)}$$

$$0,347 \times 0,0601 = 0,021 \text{ lumen del primario bleu (a } 436 \text{ nm)}$$

$$\text{-----}$$

$$= 2,146 \text{ lumen}$$

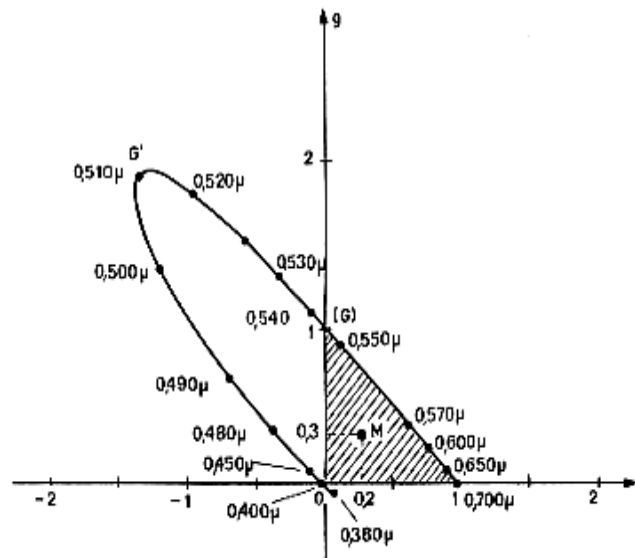
Si ricostruisce così l'aspetto di 2,146 lumen di luce del colorante C.

La determinazione dello spettro di locus è stato effettuato a punti scegliendo una ventina di colori dello spettro.

I valori di r, v, e b ottenuti da Guil e Wright sono riportati nella seguente tabella:

$\lambda$ ( $\mu$ )	r	g	$b = 1 - (r + g)$
0,380	0,0272	- 0,0115	0,9843
0,400	0,0247	- 0,0112	0,9865
0,450	- 0,0390	0,0218	1,0172
0,480	- 0,3667	0,2906	1,0761
0,490	- 0,7150	0,6996	1,0154
0,500	- 1,1685	1,3905	0,7780
0,510	- 1,337	1,9318	0,4053
0,520	- 0,9830	1,8534	0,1296
0,530	- 0,5159	1,4761	0,0398
0,540	- 0,1707	1,1628	0,0079
0,550	0,0974	0,9051	- 0,0025
0,570	0,4973	0,5067	- 0,0040
0,600	0,8475	0,1537	- 0,0012
0,650	0,9888	0,0113	- 0,0001
0,700	1	0	0

La rappresentazione grafica del triangolo di locus ottenuto dai dati precedenti è:



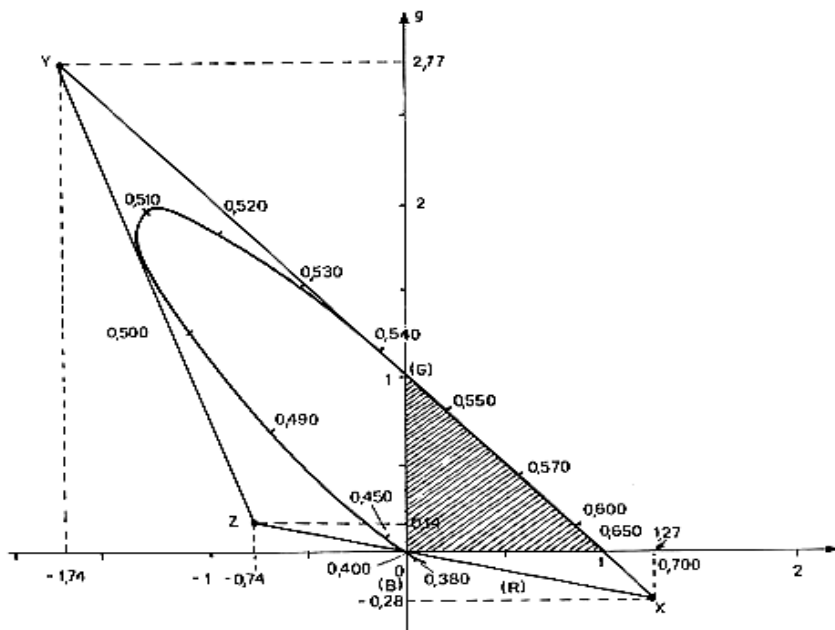
Tutti i colori dello spettro si trovano all'interno dello spettro di locus, ma solamente quelli che si trovano all'interno del triangolo rettangolo sono ottenibili mediante combinazione positiva di tre luci primarie.

### Rappresentazione XYZ

Nel sistema RGB si è visto come una certa parte di colori siano rappresentabili solamente applicando combinazioni lineari dei tre primari, alcuni con segno negativo. Per rimediare a questo (ovvero per avere solo addizioni) nel 1931 la CIE ha proposto un nuovo sistema dedotto dal precedente per trasformazione omografica.

Lo schema della trasformazione è il seguente :

- si è cercato un triangolo XYZ che contenga completamente lo spettro di locus RVB.



- si è tracciato una retta XY che sia tangente su un tratto più ampio possibile allo spettro locus.
- si è tracciato la retta YZ tangente anch'essa allo spettro locus ma nella zona 500-510 nm.
- si è tracciato la retta XZ tangente alla curva spettrale solamente nel punto 380 nm.

Le tre rette si intersecano nei punti X, Y, Z dove :

$$X : r = + 1,27 - g = - 0,28$$

$$Y : r = - 1,74 - g = + 2,77$$

$$Z : r = - 0,74 - g = + 0,14$$

Ma i tre punti X, Y e Z rappresentano dei colori fittizi, non hanno alcuna corrispondenza reale dato che sono all'esterno dello spettro di locus.

Non è possibile determinare al colorimetro la quantità necessaria di questi tre colori per dare un colore fittizio.

Come si dovrà procedere ?

Si analizzerà un colore come fatto precedentemente, determinando le quantità di R, G, B necessarie.

Di seguito, attraverso un semplice calcolo si determineranno le proporzioni di X, Y, Z necessarie.

Le relazioni utilizzate sono :

$$X = 2,77 R + 1,75 G + 1,13 B$$

$$Y = 1,00 R + 4,59 G + 0,06 B \quad (\text{equazione utilizzata precedentemente})$$

$$Z = \quad \quad \quad 0,06 G + 5,59 B$$

E' opportuno considerare un esempio per meglio comprendere la trasformazione.

Consideriamo un colore blu-verde di lunghezza d'onda a 500 nm.

I valori delle componenti cromatiche ottenute nel triangolo RGB sono:

$$G = 0,08536 - B = 0,04776 - R = - 0,07173$$

Riportando questi valori nelle relazioni precedenti si trova :

$$X = 2,77 \times (- 0,07173) + 1,75 \times (0,08536) + 1,13 \times (0,04776) = 0,005$$

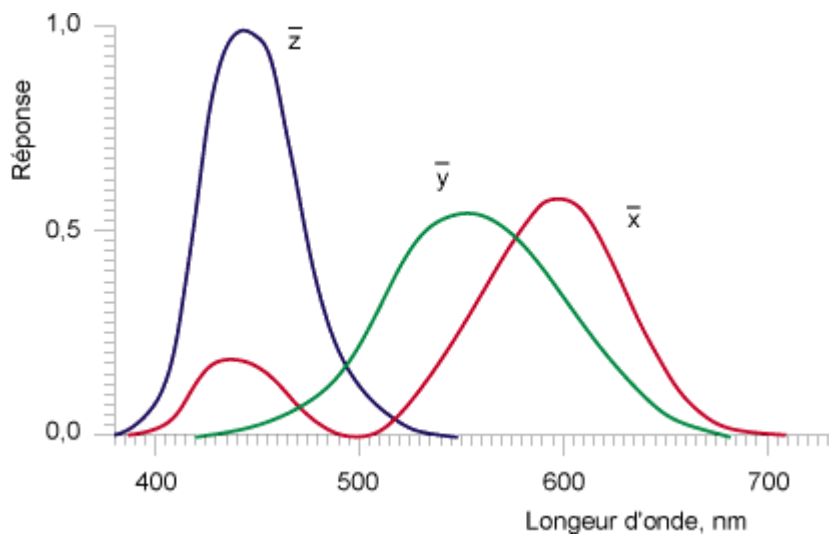
$$Y = 1,00 \times (- 0,07173) + 4,59 \times (0,08536) + 0,06 \times (0,04776) = 0,323$$

$$Z = 0,06 \times (0,08536) + 5,59 \times (0,04776) = 0,272$$

I tre valori X, Y et Z così ottenuti sono tutti positivi. Si può pertanto trasformare tutti i valori R,G,B in valori X,Y, Z . Questo lavoro è stato fatto dalla CIE , ottenendo la tabella seguente :

$\lambda$ (nm)	X	Y	Z
0,380	0,0014	0,0000	0,0065
0,400	0,0143	0,0004	0,0679
0,450	0,3362	0,0380	1,7721
0,480	0,0956	0,1390	0,8130
0,490	0,0320	0,2080	0,4652
0,500	0,0049	0,3230	0,2720
0,510	0,0093	0,5030	0,1582
0,520	0,0633	0,7100	0,0782
0,530	0,1655	0,8620	0,0422
0,540	0,2904	0,9540	0,0203
0,550	0,4334	0,9950	0,0087
0,570	0,7621	0,9520	0,0021
0,600	1,0622	0,6310	0,0008
0,650	0,2835	0,1070	0,0000
0,700	0,0114	0,0041	0,0000

La variazione delle curve per X,Y,Z in funzione della lunghezza d'onda sono riportate nella seguente figura



I valori x,y e z rappresentano le quantità dei tre primari CIE necessarie per imitare quantità unitarie di energia aventi le lunghezze d'onda indicate.

Per esempio per riprodurre il colore di una quantità unitaria di energia alla  $\lambda=450$  nm sono necessarie le seguenti quantità :

$$\bar{x} = 0,336$$

$$\bar{y} = 0,038$$

$$\bar{z} = 1,772$$

Analogamente per riprodurre il colore di una quantità unitaria di energia avente  $\lambda=500$  nm sono necessarie le seguenti quantità:

$$\bar{x} = 0,004$$

$$\bar{y} = 0,0323$$

$$\bar{z} = 0,272$$

Per riprodurre il colore di una quantità unitaria di energia avente  $\lambda=650$  nm sono necessarie le seguenti quantità:

$$\bar{x} = 0,283$$

$$\bar{y} = 0,107$$

$$\bar{z} = 0,000$$

Se si esaminano le funzioni  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ , e  $\bar{z}$  si nota che :

- la funzione  $\bar{x}$  è caratterizzata da due bande di cui quella più intensa ha il massimo nella zona del rosso, mentre quella meno intensa ha il massimo nella zona del blu.

Il colore di una sorgente avente una composizione spettrale di questo tipo è rosso-porpora.

La  $\bar{x}$  rappresenta la curva di sensibilità dell'occhio 'normale' al rosso porpora.

- la funzione  $\bar{y}$  è caratterizzata da una banda con il massimo nella zona del verde

Il colore di una sorgente avente una composizione spettrale di questo tipo è verde.

La  $\bar{y}$  rappresenta la curva di sensibilità dell'occhio 'normale' al verde.

- la funzione  $\bar{z}$  è caratterizzata da una banda con il massimo nella zona del blu.  
 Il colore di una sorgente avente una composizione spettrale di questo tipo è blu.  
 La  $\bar{z}$  rappresenta la curva di sensibilità dell'occhio 'normale' al blu.

### Valori tristimolo di una superficie colorata

Se invece del colore di una quantità di radiazione dello spettro si desidera specificare il colore di un oggetto (o di una quantità non unitaria di radiazione) allora le coordinate del sistema CIE si indicano con i valori X, Y, Z, dove :

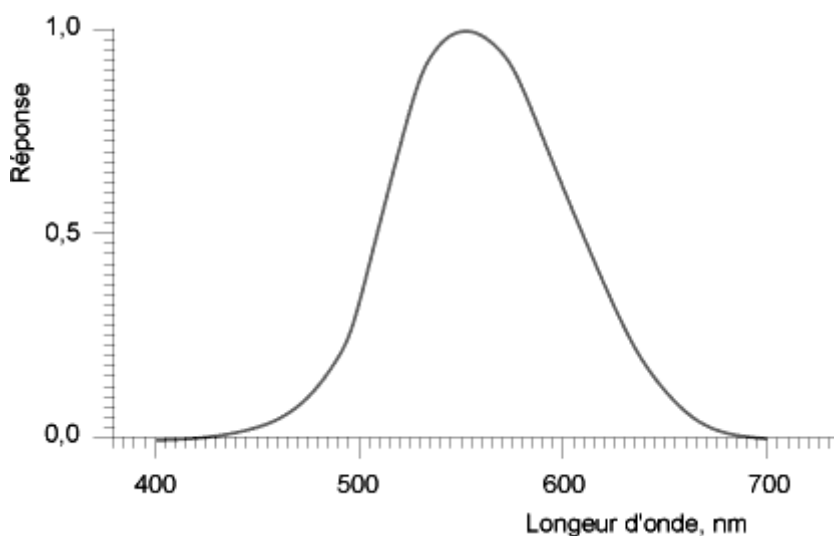
X rappresenta la quantità di un primario immaginario di colore rosso porpora ( $\lambda_D = 498\text{nm}$ ) avente saturazione superiore (225%) a quella del colore più saturo esistente in natura avente lo stesso tono.

Y rappresenta la quantità di un primario immaginario di colore giallo verde ( $\lambda_D = 521\text{nm}$ ) avente saturazione superiore (133%) a quella del colore più saturo esistente in natura avente lo stesso tono.

Z rappresenta la quantità di un primario immaginario di colore blu ( $\lambda_D = 477\text{nm}$ ) avente saturazione superiore (144%) a quella del colore più saturo esistente in natura avente lo stesso tono.

La CIE quando ha definito i tre primari X, Y, Z li ha selezionati in modo tale per cui la Y oltre a specificare la componente verde di un colore, rappresentasse anche la luminosità o riflettenza luminosa, o trasparenza luminosa del colore stesso.

Questo deriva dal fatto che la curva di visibilità dell'occhio 'normale' presenta un massimo a 555 nm, mentre diventa praticamente nulla a 400 e 700 nm.



### Coordinate di cromaticità

Ci si propone ora di esaminare come si possano convenientemente utilizzare i valori tristimolo per specificare i colori.

Si supponga di avere due colori A e B definiti dai valori tristimolo riportati in tabella :

	X	Y	Z
A	14,75	43,18	13,32
B	29,5	86,36	26,64

Il confronto di questi numeri permette una sola considerazione : il colore A è più luminoso di B perché il suo valore di Y è maggiore.

Per capire quali sono il tono e la saturazione di A e B e valutare le eventuali differenze di colore è necessario ricorrere ad uno spazio tridimensionale definito dalle coordinate X, Y, Z. Per ottenere queste informazioni è più semplice ricorrere alle coordinate di cromaticità x, y, z (da non confonderli con x,y,z segnati che rappresentano i valori tristimolo).

È necessario precisare subito che quando si parla di aromaticità si fa riferimento solo al tono e alla saturazione (hue e chroma).

Le coordinate di aromaticità si ricavano dai valori tristimolo mediante le seguenti relazioni :

$$x = \frac{X}{X+Y+Z}$$

$$y = \frac{Y}{X+Y+Z}$$

$$z = \frac{Z}{X+Y+Z}$$

Ogni coordinata di aromaticità rappresenta la quantità di 'uno' stimolo riferito al totale degli stimoli.

Si noterà subito che, indipendentemente dai valori assunti da X,Y,Z, solo due coordinate sono indipendenti perché la terza risulta determinata dalla relazione :

$$x + y + z = 1$$

Infatti sostituendo i valori a x, y, z si ottiene :

$$\frac{X}{X+Y+Z} + \frac{Y}{X+Y+Z} + \frac{Z}{X+Y+Z} = 1$$

Poiché per specificare la aromaticità di un colore, e cioè il suo tono e la sua saturazione, sono sufficienti due coordinate è possibile fare ricorso ad una rappresentazione piana di facile realizzazione e interpretazione.

### **Rappresentazione dello spettro locus**

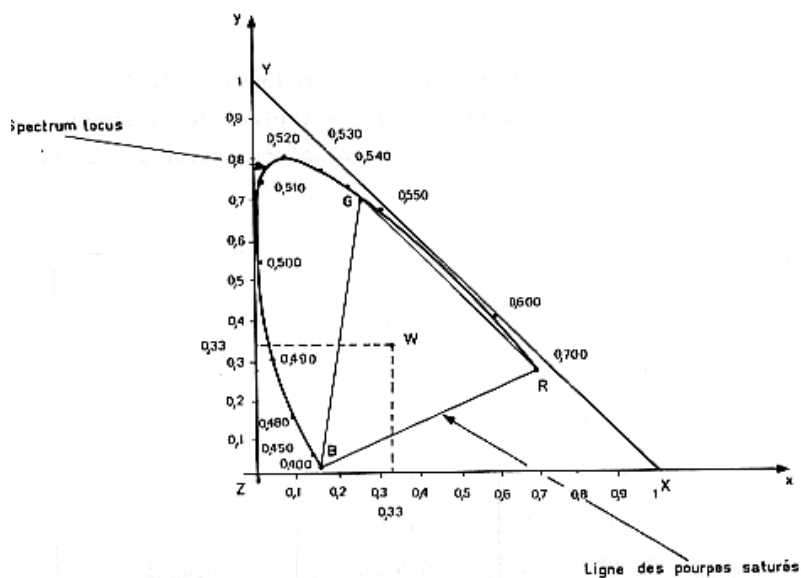
Prima di tracciare lo spettro locus, si deve rappresentare lo spazio XYZ, per questo si tracciano i due assi delle coordinate x,y ponendo il punto X all'ascissa x=1 e il punto Y all'ordinata y=1.

Per ogni valore della lunghezza d'onda dello spettro locus, si calcolano le coordinate x e y mediante l'equazione sopra.

La tabella seguente mostra i valori così determinati:

$\lambda$ (nm)	x	y	$z = 1 - (x + y)$
0,380	0,1741	0,0050	0,8209
0,400	0,1733	0,0048	0,8219
0,450	0,1566	0,0177	0,8257
0,480	0,0913	0,1327	0,7760
0,490	0,0454	0,2950	0,6596
0,500	0,0082	0,5384	0,4534
0,510	0,0139	0,7502	0,2359
0,520	0,0743	0,8338	0,0919
0,530	0,1547	0,8059	0,0394
0,540	0,2296	0,7543	0,0161
0,550	0,3016	0,6923	0,0061
0,570	0,4441	0,5547	0,0012
0,600	0,6270	0,3725	0,0005
0,650	0,7260	0,2740	0,0000
0,700	0,7347	0,2653	0,0000

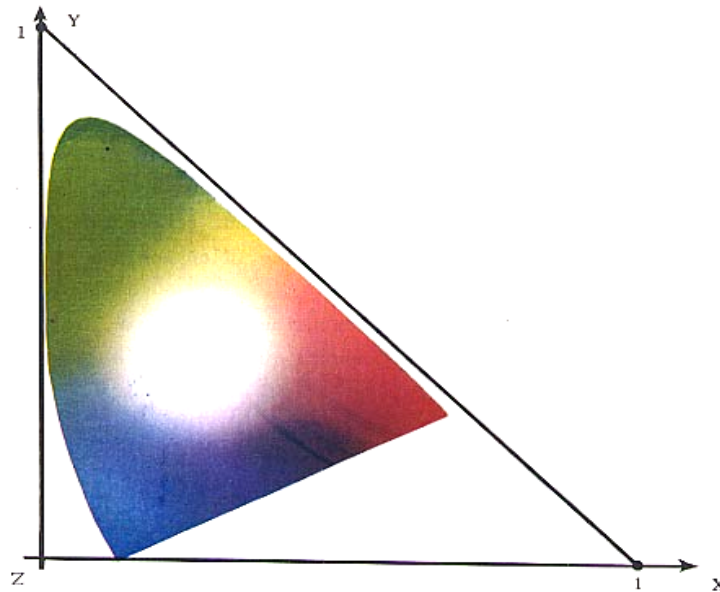
Si possono così tracciare le curve spettrali punto per punto.  
Si ottiene il seguente diagramma :



E' possibile individuare i punti a 700 nm, 546 nm e 436 nm.

Il triangolo così ottenuto non è altro che il triangolo R.G.B visto precedentemente ma trasformato nel sistema XYZ.

Lo spettro locus è all'interno del triangolo XYZ:

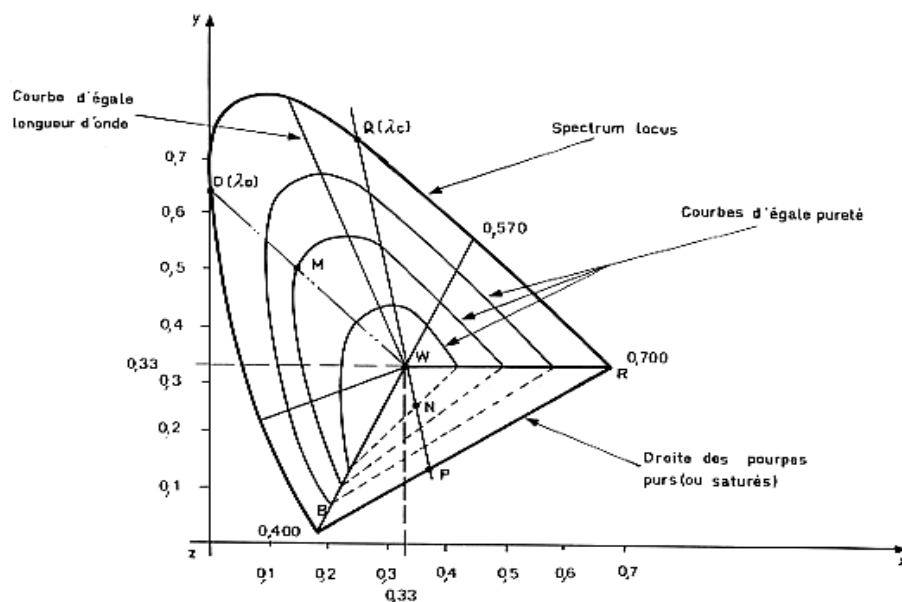


Tutti i colori naturali si trovano nel dominio limitato dallo spettro locus.  
 Il punto W (bianco) si trova al centro del diagramma.

### Diagramma di cromaticità

Il diagramma di cromaticità è di estrema utilità perché permette di calcolare due attributi fondamentali del colore: la lunghezza d'onda dominante che rappresenta il tono del colore e la purezza di eccitazione che rappresenta la saturazione.

Consideriamo ancora il diagramma di cromaticità (spettro locus) visto precedentemente:



Dall'esame del diagramma possiamo rilevare :

- tutti i colori spettrali sono disposti nel bordo del diagramma di cromaticità
- il punto acromatico W corrisponde al colore con  $x=0,33$ ,  $y=0,33$  e  $z=0,33$  (bianco)
- congiungendo con un segmento il punto B con il punto R si ottiene il luogo dei colori non spettrali chiamati porpora o Magenta.
- congiungendo i punti B e R con il punto W acromatico si ottiene il così detto triangolo dei porpora o Magenta, ovvero colori non spettrali quindi non esistenti in natura.

### Lunghezza d'onda dominante

La lunghezza d'onda dominante si può considerare l'equivalente della 'HUE' o tono del sistema Munsell.

Si consideri un colore nel diagramma di cromaticità rappresentatao dal punto M.

Si tracci la semiretta WM, questa incontrerà lo spettro locus nel punto D a cui corrisponde una lunghezza d'onda  $\lambda_D$ . Il valore di tale lunghezza d'onda è detto lunghezza d'onda dominante del colore M.

E' evidente che tutti i colori che si trovano sulla retta WM presentano lo stesso valore di  $\lambda_D$

Supponiamo di considerare il colore corrispondente al punto N, questo si trova nel triangolo dei porpora o Magenta, ovvero colori non esistenti nello spettro.

Tracciando la semiretta WN, questa incontrerà il segmento dei porpora ovvero colori inesistenti; in tal caso si procede al prolungamento della retta dalla parte opposta fino ad incontrare lo spettro locus nel punto R caratterizzato da  $\lambda_{DC}$ , il cui valore è detto lunghezza d'onda dominante complementare.

### Purezza di eccitazione

Si consideri ancora il punto M nel diagramma di cromaticità e la retta WM che incontra il diagramma nel punto D.

Il rapporto :

$$p = \frac{WM}{WD} \cdot 100$$

è definito **purezza di eccitazione** ed è direttamente legato alla saturazione o 'CHROMA' del sistema Munsell.

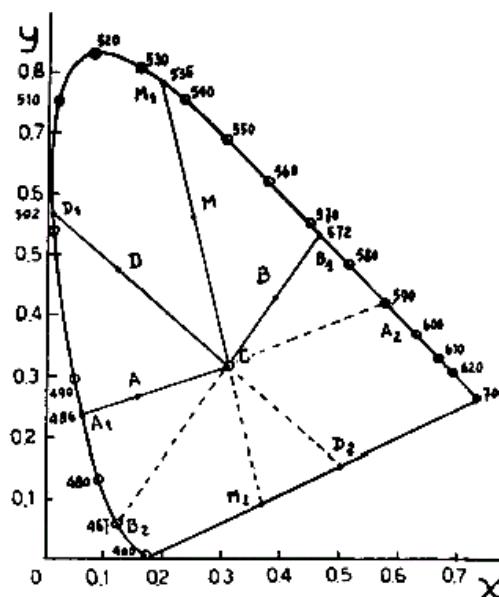
Infatti è possibile notare che la retta WD individua tutti i colori aventi stesso tono, il punto D individua il colore spettrale avente quindi massima saturazione mentre il punto W indica il bianco che presenta saturazione minima ( 0 ).

Il segmento WM quindi rappresenta la frazione di purezza del colore M rispetto al più puro esistente in natura.

Osservando la relazione si rileva infatti che se M coincide con il punto W (con il bianco) la saturazione è =0, mentre se il punto M coincide con D la saturazione è =100.

### Lunghezza d'onda complementare

Siano dati i punti A, B, D e M, indicati nella figura



Si congiunga il punto A con C e si prolunghi il segmento fino alle intersezioni con il luogo dei colori spettrali, indicati con i punti A1 e A2.

A, rappresenta un colore che ha la lunghezza d'onda dominante  $\lambda_D = 486\text{nm}$  indicata dal punto A1; la  $\lambda = 590\text{nm}$ , indicata dal punto A2, si definisce lunghezza d'onda complementare di  $\lambda_D = 486\text{nm}$  e viceversa, la  $\lambda = 486\text{nm}$ , si definisce lunghezza d'onda complementare della  $\lambda_D = 590\text{nm}$ .

Una proprietà dei colori complementari, è la seguente: la loro miscela, riproduce la sensazione di colore dell'illuminante.

B, rappresenta un colore che ha la lunghezza d'onda dominante  $\lambda_D = 572\text{nm}$  indicata dal punto B1; la cui lunghezza d'onda complementare è  $\lambda_{DC} = 467\text{nm}$ , indicata dal punto B2, e viceversa, la  $\lambda = 572\text{nm}$  è la lunghezza d'onda complementare della  $\lambda_D = 467\text{nm}$ .

Analogamente D rappresenta un colore che ha la lunghezza d'onda dominante  $\lambda_D = 502\text{nm}$  indicata dal punto D1; la cui lunghezza d'onda complementare dovrebbe essere quella indicata dal punto D2 che si trova nella zona dei colori porpora.

Poiché i colori porpora non esistono nello spettro, la lunghezza d'onda complementare della  $\lambda_D=502\text{nm}$  si indicherà con  $\lambda_D=502\text{c nm}$

### Colori metameri

Una proprietà dei colori complementari, è la seguente: la loro miscela, riproduce la sensazione di colore dell'illuminante.(è una conseguenza dell'additività delle luci).

Infatti nella figura precedente si può vedere che la sensazione di colore dell'illuminante C si può riprodurre miscelando i colori spettrali aventi :

$$\lambda_1 = 467\text{nm} \quad \text{e} \quad \lambda_2 = 572\text{nm}$$

oppure quelli aventi

$$\lambda_1 = 486\text{nm} \quad \text{e} \quad \lambda_2 = 590\text{nm}$$

e così via, oppure addizionando il colore spettrale avente  $\lambda_1 = 502 \text{ nm}$  a quella miscela di colori aventi rispettivamente  $\lambda_1 = 400\text{nm}$  e  $\lambda_2 = 700\text{nm}$ , che riproduce il colore porpora caratteristico del punto D2.

Si tratta in tal caso di una miscela ternaria.

La proprietà non è limitata alle miscele binarie o ternarie, ma è valida qualunque sia il numero di componenti.

Si considerino le seguenti coppie di colori complementari :

$$\lambda_1 = 467\text{nm} \quad \text{e} \quad \lambda_2 = 572\text{nm}$$

$$\lambda_1 = 486\text{nm} \quad \text{e} \quad \lambda_2 = 590\text{nm}$$

Tali coppie che, pur avendo composizione spettrale diversa, riproducono la sensazione di colore dell'illuminante C, si dicono costituire una coppia di metameri.

Questo vale per qualunque combinazione e non è limitata all'illuminante C ma vale per qualunque illuminante si consideri.

Inoltre il principio non è limitato alle luci ma deve essere esteso anche al colore delle superfici.

In tal caso due superfici colorate costituiranno una coppia metamERICA quando, nelle stesse condizioni di illuminazione, provocano in un osservatore la stessa sensazione di colore anche se la luce da loro riflessa ha composizione spettrale diversa.

I colori metamERICI vengono anche detti 'condizionatamente uguali perché cambiando le condizioni di illuminazione o di osservazione può variare la sensazione di colore.

In campo coloristico l'esperienza di colori metameri è frequente.

### Esempi di definizione del colore in termini tristimolo

Di un colore, definita la sua cromaticità, risultano definite soltanto due coordinate  $x$  e  $y$  mediante le quali si ricavano la lunghezza d'onda dominante che indica il tono e la purezza di eccitazione che indica la saturazione.

Per definire il colore in tutti i suoi aspetti è necessaria una terza coordinata e precisamente quella che caratterizza la luminosità che nel sistema CIE è rappresentata dalla  $Y$ .

Esistono quindi diverse possibilità di esprimere il colore :

- mediante la terna  $X \ Y \ Z$
- mediante la terna  $x \ y \ Y$
- mediante la terna  $\lambda_D \ P \ Y$

Di queste si preferisce usare l'ultima perché permette di dare una immediata interpretazione dell'aspetto visivo del colore.

### Definizione mediante $X, Y, Z$ .

Siano date due superfici colorate, A e B, aventi i valori tristimolo riportati nella tabella

	X	Y	Z
A	61,40	45,00	57,3
B	39,85	29,25	37,25

L'esame di questi valori, permette una sola valutazione immediata, la seguente: la luminosità di A, è sensibilmente superiore a quella di B ( $Y = 29,25\%$  mentre  $Y = 45,00\%$ ).

Per sapere di che tono si tratta, bisogna ricorrere a una rappresentazione tridimensionale, che non è di facile realizzazione.

### Definizione mediante $x, y, Y$ .

Noti i valori tristimolo  $X, Y, Z$ , si calcolano le coordinate di cromaticità di A e B.

Nel caso della superficie A, si ha:

$$X + Y + Z = 163,70$$

$$61,40$$

$$\text{Per cui } x = \frac{61,40}{163,70} = 0,375$$

$$45,00$$

$$\text{e } y = \frac{45,00}{163,70} = 0,275$$

Nel caso della superficie B, si ha:

$$X + Y + Z = 106,55$$

$$39,85$$

$$\text{Per cui } x = \frac{39,85}{106,35} = 0,375$$

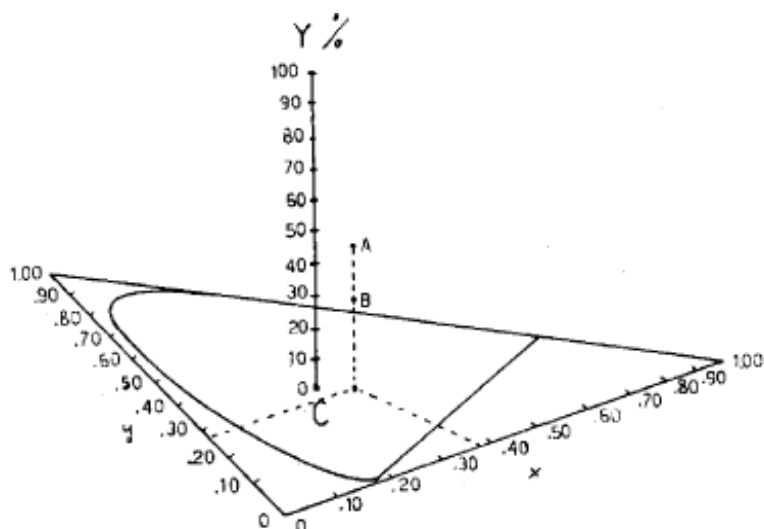
$$29,25$$

$$\text{e } y = \frac{29,25}{106,35} = 0,275$$

Confrontando le coordinate di cromaticità di A e B si nota che esse sono uguali: questo significa che, nel diagramma di cromaticità A e B saranno rappresentati dallo stesso punto e pertanto i due colori, hanno uguale cromaticità, hanno cioè uguale  $\lambda$  e uguale purezza.

La differenza di colore tra A e B, è rappresentata nella figura sotto: nel piano ( $X$  e  $Y$ ), è indicato il diagramma di cromaticità con il punto C, dal quale si innalza l'asse della luminosità  $Y$ .

La luminosità è misurata su una scala che ha luminosità nulla per il nero e uguale a 100% per il bianco.



$$X = K \cdot \int_{380}^{780} S(\lambda)R(\lambda)\bar{x}(\lambda)d\lambda$$

Illuminante												
$\lambda$ nm	A			B			C			D 6500		
	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{\lambda}$
380	0.001	0.000	0.006	0.003	0.000	0.014	0.004	0.000	0.020	0.007	0.000	0.031
90	0.005	0.000	0.023	0.013	0.000	0.060	0.019	0.000	0.089	0.022	0.001	0.104
400	0.019	0.001	0.093	0.056	0.002	0.268	0.085	0.002	0.404	0.112	0.003	0.532
10	0.071	0.002	0.340	0.217	0.006	1.033	0.329	0.009	1.570	0.377	0.010	1.796
20	0.262	0.008	1.256	0.812	0.024	3.899	1.238	0.037	5.949	1.189	0.035	5.711
30	0.649	0.027	3.167	1.983	0.081	9.678	2.997	0.122	14.628	2.330	0.095	11.370
40	0.926	0.061	4.647	2.689	0.178	13.489	3.975	0.262	19.938	3.458	0.228	17.343
450	1.031	0.117	5.435	2.744	0.310	14.462	3.915	0.443	20.638	3.724	0.421	19.627
60	1.019	0.210	5.851	2.454	0.506	14.085	3.362	0.694	19.299	3.243	0.669	18.614
70	0.776	0.362	5.116	1.718	0.800	11.319	2.272	1.058	14.972	2.124	0.989	13.998
80	0.428	0.622	3.636	0.870	1.265	7.396	1.112	1.618	9.461	1.048	1.524	8.915
90	0.160	1.039	2.324	0.295	1.918	4.290	0.363	2.358	5.274	0.330	2.142	4.791
500	0.027	1.792	1.509	0.044	2.908	2.449	0.052	3.401	2.864	0.051	3.343	2.815
10	0.057	3.080	0.969	0.081	4.360	1.371	0.089	4.833	1.520	0.095	5.132	1.614
20	0.425	4.771	0.525	0.541	6.072	0.669	0.576	6.462	0.712	0.628	7.041	0.775
30	1.214	6.322	0.309	1.458	7.594	0.372	1.523	7.934	0.388	1.687	8.785	0.430
40	2.313	7.600	0.162	2.689	8.834	0.188	2.785	9.149	0.195	2.869	9.425	0.201
550	3.732	8.568	0.075	4.183	9.603	0.084	4.282	9.832	0.086	4.267	9.796	0.086
60	5.510	9.222	0.036	5.840	9.774	0.038	5.880	9.841	0.039	5.625	9.415	0.037
70	7.571	9.457	0.021	7.472	9.334	0.021	7.322	9.147	0.020	6.947	8.678	0.019
80	9.719	9.228	0.018	8.843	8.396	0.016	8.417	7.992	0.016	8.304	7.885	0.015
90	11.579	8.540	0.012	9.728	7.176	0.010	8.984	6.627	0.010	8.612	6.352	0.009
600	12.704	7.547	0.010	9.948	5.909	0.007	8.949	5.316	0.007	9.046	5.374	0.007
10	12.669	6.356	0.004	9.436	4.734	0.003	8.325	4.176	0.002	8.499	4.264	0.003
20	11.373	5.071	0.003	8.140	3.630	0.002	7.070	3.153	0.002	7.089	3.161	0.002
30	8.980	3.704	0.000	6.200	2.558	0.000	5.309	2.190	0.000	5.062	2.088	0.000
40	6.558	2.562	0.000	4.374	1.709	0.000	3.693	1.443	0.000	3.547	1.386	0.000
650	4.336	1.637	0.000	2.815	1.062	0.000	2.349	0.886	0.000	2.147	0.810	0.000
60	2.628	0.972	0.000	1.655	0.612	0.000	1.361	0.504	0.000	1.252	0.463	0.000
70	1.448	0.530	0.000	0.876	0.321	0.000	0.708	0.259	0.000	0.680	0.249	0.000
80	0.804	0.292	0.000	0.465	0.169	0.000	0.369	0.134	0.000	0.347	0.126	0.000
90	0.404	0.146	0.000	0.220	0.080	0.000	0.171	0.062	0.000	0.150	0.054	0.000
700	0.209	0.075	0.000	0.108	0.039	0.000	0.082	0.029	0.000	0.077	0.028	0.000
10	0.110	0.040	0.000	0.053	0.019	0.000	0.039	0.014	0.000	0.041	0.015	0.000
20	0.057	0.019	0.000	0.026	0.009	0.000	0.019	0.006	0.000	0.017	0.006	0.000
30	0.028	0.010	0.000	0.012	0.004	0.000	0.008	0.003	0.000	0.009	0.003	0.000
40	0.014	0.006	0.000	0.006	0.002	0.000	0.004	0.002	0.000	0.005	0.002	0.000
750	0.006	0.002	0.000	0.002	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000
60	0.004	0.002	0.000	0.002	0.001	0.000	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000
70	0.002	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000

Illuminante													
$\lambda$ nm	A			B			C			D			
	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{x}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{y}_{10,\lambda}$	$E_{\lambda} \cdot \bar{z}_{10,\lambda}$	
380	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.001	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000	0.003	
390	0.003	0.000	0.011	0.007	0.001	0.029	0.010	0.001	0.042	0.011	0.001	0.049	
400	0.025	0.003	0.111	0.069	0.007	0.313	0.103	0.011	0.463	0.136	0.014	0.613	
410	0.132	0.014	0.605	0.388	0.040	1.786	0.581	0.060	2.672	0.667	0.069	3.068	
420	0.377	0.039	1.795	1.138	0.119	5.411	1.708	0.179	8.122	1.645	0.172	7.824	
430	0.682	0.084	3.368	2.025	0.249	9.997	3.011	0.370	14.866	2.349	0.289	11.594	
440	0.968	0.157	4.962	2.729	0.442	13.994	3.969	0.642	20.350	3.464	0.561	17.762	
450	1.078	0.260	5.802	2.787	0.673	14.997	3.913	0.945	21.059	3.734	0.902	20.095	
460	1.005	0.426	5.802	2.350	0.997	13.568	3.168	1.344	18.292	3.066	1.300	17.703	
470	0.737	0.698	4.965	1.584	1.500	10.671	2.062	1.952	13.887	1.934	1.831	13.028	
480	0.341	1.075	3.274	0.675	2.125	6.471	0.849	2.675	8.144	0.803	2.529	7.701	
490	0.077	1.607	1.968	0.138	2.881	3.528	0.166	3.485	4.268	0.152	3.176	3.890	
500	0.020	2.424	1.150	0.032	3.821	1.812	0.036	4.398	2.085	0.036	4.337	2.057	
510	0.218	3.523	0.650	0.299	4.844	0.894	0.327	5.284	0.975	0.348	5.630	1.039	
520	0.750	4.854	0.387	0.927	6.002	0.478	0.971	6.285	0.501	1.062	6.871	0.547	
530	1.645	6.087	0.212	1.920	7.104	0.248	1.973	7.302	0.254	2.192	8.112	0.283	
540	2.846	7.267	0.103	3.214	8.206	0.117	3.275	8.362	0.119	3.386	8.644	0.123	
550	4.326	8.099	0.033	4.711	8.819	0.036	4.745	8.883	0.036	4.744	8.881	0.036	
560	6.198	8.765	0.000	6.382	9.025	0.000	6.322	8.941	0.000	6.069	8.583	0.000	
570	8.278	9.001	0.000	7.937	8.630	0.000	7.653	8.322	0.000	7.285	7.921	0.000	
580	10.201	8.740	0.000	9.018	7.726	0.000	8.445	7.235	0.000	8.360	7.162	0.000	
590	11.967	8.317	0.000	9.768	6.789	0.000	8.875	6.168	0.000	8.536	5.933	0.000	
600	12.748	7.466	0.000	9.697	5.679	0.000	8.584	5.027	0.000	8.706	5.099	0.000	
610	12.349	6.327	0.000	8.936	4.578	0.000	7.756	3.974	0.000	7.945	4.071	0.000	
620	10.809	5.025	0.000	7.516	3.494	0.000	6.423	2.986	0.000	6.462	3.004	0.000	
630	8.584	3.758	0.000	5.757	2.521	0.000	4.851	2.124	0.000	4.641	2.032	0.000	
640	5.993	2.497	0.000	3.883	1.618	0.000	3.226	1.344	0.000	3.109	1.295	0.000	
650	3.892	1.651	0.000	2.454	0.984	0.000	2.015	0.808	0.000	1.848	0.741	0.000	
660	2.506	0.911	0.000	1.411	0.557	0.000	1.142	0.451	0.000	1.053	0.416	0.000	
670	1.277	0.500	0.000	0.751	0.294	0.000	0.597	0.234	0.000	0.576	0.225	0.000	
680	0.667	0.259	0.000	0.374	0.145	0.000	0.292	0.114	0.000	0.276	0.107	0.000	
690	0.336	0.130	0.000	0.178	0.069	0.000	0.136	0.053	0.000	0.119	0.046	0.000	
700	0.167	0.064	0.000	0.084	0.032	0.000	0.062	0.024	0.000	0.059	0.023	0.000	
710	0.083	0.032	0.000	0.039	0.015	0.000	0.028	0.011	0.000	0.029	0.012	0.000	
720	0.041	0.015	0.000	0.018	0.007	0.000	0.013	0.005	0.000	0.012	0.004	0.000	
730	0.019	0.008	0.000	0.008	0.003	0.000	0.005	0.002	0.000	0.006	0.002	0.000	
740	0.010	0.004	0.000	0.004	0.002	0.000	0.003	0.001	0.000	0.003	0.001	0.000	
750	0.006	0.002	0.000	0.002	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000	0.002	0.001	0.000	
760	0.002	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	
770	0.002	0.000	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	

1	2	3	4	5
$\lambda$ nm	$R_{\lambda}$	$R_{\lambda} \cdot (E_{\text{max}})_{\lambda} \cdot \bar{x}_{\lambda}$	$R_{\lambda} \cdot (E_{\text{max}})_{\lambda} \cdot \bar{y}_{\lambda}$	$R_{\lambda} \cdot (E_{\text{max}})_{\lambda} \cdot \bar{z}_{\lambda}$
380	0.335	0.002 345	0.000 000	0.010 385
390	0.266	0.005 852	0.000 266	0.027 664
400	0.286	0.032 032	0.000 858	0.152 152
410	0.383	0.144 391	0.003 830	0.687 868
420	0.433	0.514 837	0.015 155	2.472 863
430	0.494	1.151 020	0.046 930	5.616 780
440	0.579	2.002 182	0.132 012	10.041 597
450	0.642	2.390 808	0.270 282	12.600 334
460	0.665	2.156 595	0.444 885	12.378 310
470	0.674	1.431 576	0.666 586	9.434 652
480	0.670	0.702 160	1.021 080	5.973 050
490	0.648	0.213 840	1.388 016	3.104 568
500	0.612	0.031 212	2.045 916	1.722 780
510	0.555	0.052 725	2.848 260	0.895 770
520	0.471	0.295 788	3.316 311	0.365 025
530	0.380	0.641 060	3.338 300	0.163 400
540	0.277	0.794 713	2.610 725	0.055 677
550	0.182	0.776 594	1.782 872	0.015 652
560	0.106	0.596 250	0.997 990	0.003 922
570	0.062	0.430 714	0.538 036	0.001 178
580	0.044	0.365 376	0.346 940	0.000 660
590	0.037	0.318 644	0.235 024	0.000 333
600	0.032	0.289 472	0.171 968	0.000 224
610	0.031	0.265 469	0.132 184	0.000 093
620	0.030	0.212 670	0.094 830	0.000 060
630	0.032	0.161 984	0.066 816	
640	0.034	0.120 589	0.047 124	
650	0.038	0.081 586	0.030 780	
660	0.044	0.055 088	0.020 372	
670	0.049	0.033 320	0.012 201	
680	0.048	0.016 656	0.006 048	
690	0.046	0.006 900	0.002 484	
700	0.041	0.003 157	0.001 148	

X = 16.295 605

Y = 22.636 229

Z = 65.725 197